

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA

Johnny Quintino da Silva

**Análise Numérica da Transferência de Calor em
Escoamentos de Fluidos Viscoplasticos através de Tubos Sob
a Condição de Gradiente de Temperatura na Parede.**

VITÓRIA

07 de Outubro de 2011

Johnny Quintino da Silva

**Análise Numérica da Transferência de Calor em
Escoamentos de Fluidos Viscopoplásticos através de Tubos Sob
a Condição de Gradiente de Temperatura na Parede.**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Edson José Soares

Co-orientador: Prof. Dr. Rogério Ramos

VITÓRIA

07 de Outubro de 2011

Análise Numérica da Transferência de Calor em Escoamentos de Fluidos Viscoplasticos através de Tubos Sob a Condição de Gradiente de Temperatura na Parede.

Johnny Quintino da Silva

Dissertação Apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Edson José Soares

Prof. Dr. Jesús Salvador Pérez Guerrero - CNEN

Prof. Dr. Márcio Martins - UFES

Prof. Dr. Rogério Ramos - UFES

*”Tendo por certo isto mesmo: que aquele que em vós
começou a boa obra a aperfeiçoará até ao Dia de Jesus
Cristo”
Filipenses 1:6*

À minha esposa e aos meus familiares.

Agradecimentos

Expresso toda a honra e glória a Deus, pois Ele é a minha fortaleza e porque Ele me capacitou para vencer as dificuldades durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço a minha esposa Heloína Oliveira Batista Quintino o amor, dedicação, compreensão e, principalmente, as orações e as palavras sábias que me renovaram, fortaleceram e que me motivaram ao longo deste período.

Agradeço aos meus pais, Izaias da Silva e Maria das Graças Quintino, e a minha irmã Ingrid Quintino da Silva, o apoio traduzido em palavras de incentivo e carinho e também por investirem em minha formação acadêmica. Também gostaria de expressar meu muito-obrigado:

a minha sogra Idenir Oliveira Batista pela compreensão e pelas orações constantes em favor da minha vida;

aos meus amigos e colegas que sempre me incentivaram. Enfatizo o meu amigo e companheiro de estudos Sérgio Luiz Dalvi Kfuri;

ao professor e orientador Edson José Soares, pela assistência e pelo compartilhamento da sua experiência que foram muito importantes nos momentos de dificuldade ao longo deste trabalho;

ao co-orientador Rogério Ramos pelas suas contribuições;

ao professor Márcio Martins pela ajuda na solução de problemas e pelo auxílio na linguagem de programação;

aos professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal

do Espírito Santo que me ajudaram de alguma forma a alcançar meus objetivos nesta dissertação;
a todas as pessoas que eu não citei mas que estiveram presentes e fazem parte da minha vida;
a Capes pelo suporte financeiro.

Sumário

Sumário	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xii
Resumo	xiii
Abstract	xiv
1 Introdução	21
1.1 Motivação	21
1.2 Estado da Arte	24
1.3 Caracterização do Problema	28
2 Formulação Física	31
2.1 Equações Governantes	31
2.2 Modelo Constitutivo	34
2.3 Condições de Contorno	36
2.4 Adimensionalização das Equações	37
2.5 Número de Nusselt	44

3	Formulação Numérica	47
3.1	Teste de Malha	48
4	Resultados	53
4.1	Resultados Para a Condição de Contorno de Temperatura e Fluxo de Calor Uniformes	53
4.1.1	Comparação com os Resultados de Soares et al. [1]	53
4.2	Resultados Para a Condição de Contorno de Gradiente de Temperatura Constante .	59
4.2.1	Escoamento Desenvolvido	59
4.2.2	Escoamento em Desenvolvimento	61
4.2.3	Número de Nusselt	65
5	Comentários Finais	87
	Referências Bibliográficas	89

Lista de Figuras

1.1	Esquema simplificado do escoamento da produção entre o fundo do mar e a plataforma.	23
1.2	a) Esboço da variação da temperatura no mar com a profundidade. b) Aproximação linear para a variação da temperatura no mar. Figura adaptada do trabalho de Apel [2].	23
1.3	Esboço do domínio físico para região de entrada de um tubo.	29
1.4	a) Esquema da condição de contorno de gradiente de temperatura constante na parede do tubo. b) gráfico da variação da temperatura na parede do tubo.	30
2.1	Domínio físico com a indicação dos contornos.	36
2.2	Variação da tensão em função da taxa de deformação e do parâmetro m' , para os modelos de Herschel-Bulkley tradicional e Papanastasiou modificado.	43
4.1	Comparação do perfil de velocidade.	54
4.2	Comparação do perfil de temperatura - T_w uniforme.	55
4.3	Comparação do perfil de temperatura - q_w uniforme.	56
4.4	Comparação do número de Nusselt - T_w uniforme.	57
4.5	Comparação do número de Nusselt - q_w uniforme.	57
4.6	Perfil de velocidade para o escoamento desenvolvido - exato e numérico.	60

4.7	Erro percentual entre o perfil de velocidade exato e numérico para o escoamento desenvolvido	60
4.8	Perfil de temperatura para o escoamento desenvolvido.	61
4.9	Perfis de velocidade para fluido newtoniano.	62
4.10	Perfis de velocidade para fluido de Bingham.	62
4.11	Perfis de velocidade para fluido de Herschel-Bulkley.	63
4.12	Perfis de temperatura para fluido de Herschel-Bulkley - $\Psi = 0.0035$	64
4.13	Perfis de temperatura para fluido de Herschel-Bulkley - $\Psi = 0.014$	64
4.14	Desenvolvimento dos perfis de temperatura para fluido newtoniano - $\Psi > 0$	66
4.15	Desenvolvimento dos perfis de temperatura para fluido newtoniano - $\Psi < 0$	67
4.16	Comparação com a solução de Kays [12] - $\Psi > 0$	70
4.17	Comparação com a solução de Kays [12] - $\Psi < 0$	70
4.18	$Nu(x')$ para fluido power-law, $n = 0.3$	71
4.19	$Nu(x')$ para fluido de Bingham, $\tau'_0 = 0.3$	72
4.20	$Nu(x')$ para fluido de Bingham, $\tau'_0 = 0.7$	73
4.21	$Nu(x')$ para fluido de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.3$	73
4.22	$Nu(x')$ para fluido de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.7$	74
4.23	Influência dos parâmetros reológicos sobre o $Nu(x')$, $n = 0.3$ e 1.0 e $\tau'_0 = 0$ e 0.3	75
4.24	Influência dos parâmetros reológicos sobre o $Nu(x')$, $n = 0.3$ e 1.0 e $\tau'_0 = 0.3$ e 0.7	76
4.25	Número de Nusselt para o escoamento completamente desenvolvido.	76
4.26	$Nu(x')$ para fluido newtoniano, $T_w = cte$ e $q_w = cte$, $Re = 10$, $Pe = 50$ e $Pe = 500$	80
4.27	$Nu(x')$ para fluido newtoniano, $\Psi = -0,014$, $Re = 10$, $Pe = 50$ e $Pe = 500$	80
4.28	Comprimento térmico adimensional de entrada em função do parâmetro Ψ , $Pe = 50$	84
4.29	Comprimento térmico adimensional de entrada em função do parâmetro Ψ , $Pe = 500$	84

4.30	Influência do número de Reynolds sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley, $\tau'_0 = 0.7$	85
4.31	Influência do número de Reynolds sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$	86
4.32	Influência do número de Peclet sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley. . .	86

Lista de Tabelas

3.1	Especificações das malhas utilizadas no teste de malha.	50
3.2	Teste de malha com fluido newtoniano, T_w uniforme.	50
3.3	Teste de malha com fluido newtoniano, q_w uniforme.	51
3.4	Teste de malha com fluido power-law, $n = 0.3$, q_w uniforme.	51
3.5	Teste de malha com fluido Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.7$	51
4.1	Comparação do número de Nusselt para a região desenvolvida, $x'/Pe = 0.4$, $Re^* = 10$, $Pe = 50$ e T_w uniforme.	58
4.2	Comparação do número de Nusselt para a região desenvolvida, $x'/Pe = 0.4$, $Re^* = 10$, $Pe = 50$ e q_w uniforme.	58
4.3	Número de Nusselt médio para fluidos newtonianos com $Re = 10$ e $Pe = 50$	78
4.4	Número de Nusselt médio para fluidos newtonianos com $Re = 10$ e $Pe = 500$	79
4.5	Número de Nusselt e o comprimento térmico adimensional de entrada.	83

Resumo

A Transferência de calor no escoamento laminar de materiais viscoplásticos ao longo da região de entrada de tubos é analisada. O modelo de Fluido Newtoniano Generalizado é assumido, com função de viscosidade de Herschel-Bulkley. As equações governantes são resolvidas numericamente por meio do método de elementos finitos. Anteriormente, Soares et al. [1] investigam este problema. Os autores consideram as condições de contorno térmicas clássicas, ou seja, fluxo de calor uniforme na parede e temperatura da parede uniforme. O objetivo do presente trabalho é impor um gradiente de temperatura ao longo da parede como a condição de contorno térmica. O efeito de Reynolds, Peclet e dos parâmetros reológicos (tensão limite de escoamento e índice power-law) sobre o número de Nusselt é investigado. Como esperado, os valores do número de Nusselt tendem a solução clássica obtida para o caso de temperatura da parede uniforme quando o gradiente de temperatura na parede se aproxima de zero. Quando o gradiente é aumentado, o número de Nusselt tende aos valores obtidos para o caso de fluxo de calor uniforme na parede.

Abstract

Heat transfer in the entrance region of a tube in laminar axial flow of viscoplastic materials is analyzed. The material is assumed to behave as a Generalized Newtonian liquid, with a Herschel-Bulkley viscosity function. The governing equations are solved numerically via a finite element method. This problem was investigated previously by Soares et al. [1]. The authors considered the classical thermal boundary conditions, namely, uniform wall heat flux and uniform wall temperature. The goal of the present work is to impose a gradient of temperature along the wall as the thermal boundary condition. The effect of Reynolds, Peclet and rheological parameters (yield-stress and power-law exponent) on the Nusselt number is investigated. As expected, the values of Nusselt number tend to the classical one obtained for the case of uniform wall temperature when the gradient of temperature on the wall approaches to zero. When the gradient is increased, the Nusselt number tends to the values obtained for the case of uniform wall heat flux.

Nomenclatura

a	gradiente de temperatura constante na parede, $\equiv dT_w/dx$ (K/m)
c_p	calor específico do fluido (J/kg.K)
D	diâmetro do tubo (m)
f	fator de atrito, $\equiv (2(-dp/dx)D)/(\rho\bar{u}^2)$
g	vetor gravidade (m/s ²)
h	coeficiente de transferência de calor (W/m ² .K)
k	condutividade térmica do fluido (W/m.K)
K	índice de consistência (Pa.s ^{n})
L	comprimento axial do tubo (m)
L'	comprimento axial adimensional do tubo
m	parâmetro de regularização (s)
m'	parâmetro de regularização adimensional
n	índice power-law
Nu	número de Nusselt, $\equiv hD/k$
\overline{Nu}	número de Nusselt médio
Nu_{fd}	número de Nusselt para o escoamento completamente desenvolvido
p	pressão (Pa)
p'	pressão adimensional

Pe	número de Peclet, $\equiv \bar{u}D/\alpha$
\mathbf{q}	vetor fluxo de calor (W/m^2)
q_w	fluxo de calor na parede (W/m^2)
q'''	energia térmica gerada (W/m^3)
r	coordenada radial (m)
r'	coordenada radial adimensional
R	raio do tubo (m)
R_0	raio para a tensão limite de escoamento (m)
Re	número de Reynolds generalizado, $\equiv 8\rho\bar{u}^2/\tau_c$
Re^*	número de Reynolds utilizado no trabalho de Soares et al. [1], $\equiv \rho\bar{u}D/\eta_c$
t	tempo (s)
T	campo de temperatura (K)
T_b	temperatura de bulk (K)
T_{in}	temperatura de entrada (K)
T_w	temperatura da parede (K)
T_{win}	temperatura da parede na entrada (K)
T_{wout}	temperatura da parede na saída (K)
u	velocidade axial (m/s)
\bar{u}	velocidade axial média (m/s)

u'	velocidade axial adimensional
\bar{u}'	velocidade axial média adimensional
v	velocidade radial (m/s)
v'	velocidade radial adimensional
V	volume (m ³)
w	velocidade circunferencial (rad/s)
x	coordenada axial (m)
x'	coordenada axial adimensional
x^+	inverso do número de Graetz $\equiv x'/Pe$
X'_{fd}	comprimento térmico adimensional de entrada

Símbolos Gregos

α	difusividade térmica, $\equiv k/\rho c_p$ (m ² /s)
β	coeficiente de expansão térmica, $\equiv \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial T}$ (K ⁻¹)
η	função viscosidade (Pa.s)
η_c	viscosidade característica (Pa.s)
η'	função viscosidade adimensional
$\dot{\gamma}$	tensor taxa de deformação (s ⁻¹)
$\dot{\gamma}$	taxa de deformação (s ⁻¹)
$\dot{\gamma}$	intensidade do tensor taxa de deformação, $\equiv \sqrt{\frac{1}{2}tr(\dot{\gamma})}$ (s ⁻¹)

$\dot{\gamma}_c$	taxa de deformação característica (s^{-1})
$\dot{\gamma}'$	tensor taxa de deformação adimensional
$\dot{\gamma}$	taxa de deformação adimensional
μ	viscosidade newtoniana (Pa.s)
μ_p	viscosidade plástica (Pa.s)
Φ	temperatura adimensional para a condição de contorno q_w uniforme
Φ_b	temperatura de bulk adimensional para a condição de contorno q_w uniforme
Ψ	adimensional para a condição de contorno dT_w/dx constante
ρ	massa específica do fluido (kg/m^3)
$\boldsymbol{\tau}$	tensor extra-tensão (Pa)
τ	tensão (Pa)
τ	intensidade do tensor extra-tensão, $\equiv \sqrt{\frac{1}{2}tr(\boldsymbol{\tau})}$ (Pa)
τ'	tensão adimensional
τ_0	tensão limite de escoamento (Pa)
τ'_0	tensão limite de escoamento adimensional
τ_c	tensão característica (Pa)
θ	coordenada circunferencial (rad)
Θ	temperatura adimensional para a condição de contorno T_w uniforme e dT_w/dx constante

Θ_b temperatura de bulk adimensional para a condição de contorno T_w uniforme e dT_w/dx constante

Υ dissipação viscosa (W/m^3)

φ pressão modificada (Pa)

φ' pressão modificada adimensional

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Os estudos sobre escoamentos de fluidos não newtonianos possuem grande relevância para a engenharia. Parte dos desafios tecnológicos está relacionado ao escoamento de materiais viscoplásticos. Estes materiais estão presentes em diversos setores industriais sendo o petrolífero, o alimentício e o farmacêutico alguns exemplos de setores onde o escoamento destes fluidos integram o processo de produção.

O conhecimento do comportamento reológico dos materiais viscoplásticos em escoamento possibilita o aperfeiçoamento dos processos. No caso de processos não isotérmicos é necessário ainda o estudo da transferência de calor nos escoamentos.

Na literatura há trabalhos que abordam problemas de escoamento interno de fluidos viscoplásticos com transferência de calor sob efeito das condições de contorno de temperatura ou de fluxo de calor uniformes para a parede do duto. Essas condições de contorno são coerentes em diversas aplicações e, a partir do tipo de problema estudado, influenciam diretamente no valor quantitativo e qualitativo do número de Nusselt Nu . O número de Nusselt é o grupo adimensional composto pelo coeficiente de transferência de calor h , que é um parâmetro utilizado no dimensio-

namento dos isolamentos térmicos, sendo essencial para os projetos de dutos.

Além das condições de contorno de temperatura ou de fluxo de calor uniformes para a parede do duto, muitos casos reais de escoamentos internos estão sujeitos a condição em que há variação da temperatura ao longo da parede dos dutos na direção do escoamento. Há poucos estudos onde a condição de gradiente de temperatura é imposta na parede do duto. Não foi encontrado nenhum estudo sobre o escoamento de fluidos viscoplásticos em tubos sujeitos a temperatura variável na parede, motivando, assim, o presente trabalho.

Um problema típico é observado durante a etapa de produção do petróleo no mar. O petróleo flui do reservatório a uma temperatura de aproximadamente $50^{\circ}C$ e é transportado por tubos até a plataforma. Durante essa etapa o petróleo perde calor para a água, porém é necessário manter a temperatura e a pressão acima dos valores críticos para se garantir o escoamento. Para valores de temperatura e pressão críticas pode ocorrer a obstrução parcial ou total das linhas de produção devido a solidificação dos produtos. Além disso, sabe-se que a viscosidade do petróleo aumenta com a redução da temperatura e, por consequência, há um acréscimo nas perdas de carga do escoamento. Logo, procura-se minimizar as trocas de calor a fim de evitar o aumento da viscosidade que implica no aumento da potência de bombeamento. Assim, o estudo da transferência de calor é importante para que se alcance o correto dimensionamento dos isolamentos térmicos das linhas de produção. A Figura (1.1) apresenta um esquema simplificado do escoamento da produção entre o fundo do mar e a plataforma.

O petróleo, que é um fluido tipicamente não newtoniano, é transportado através de tubos que estão sujeitos a um gradiente de temperatura na parte externa em decorrência da variação da temperatura do mar com a profundidade. Apel [2] e Stewart [3] apresentam gráficos da variação da temperatura nos oceanos em diversas localizações e para diferentes épocas do ano. A Figura (1.2) mostra, à esquerda, um esboço desta variação e, à direita, uma aproximação linear do perfil, considerando o gradiente de temperatura constante em três faixas de profundidade.

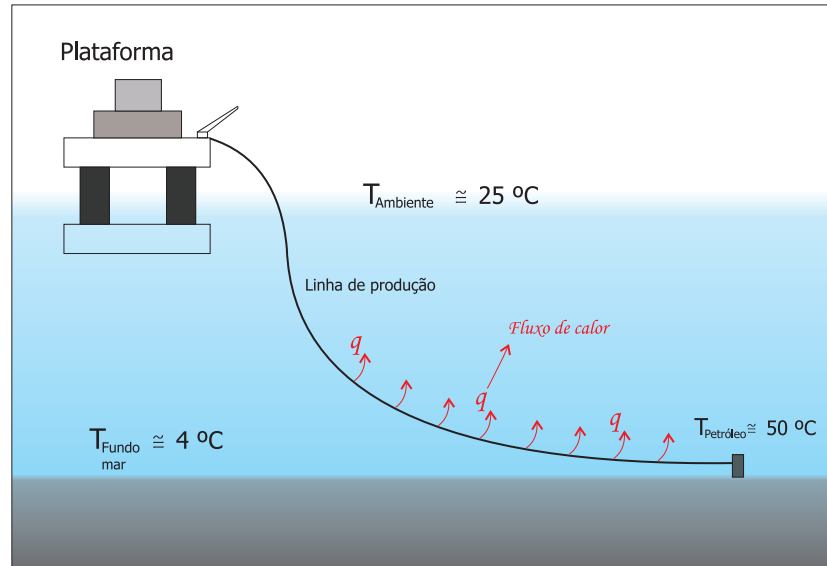


Figura 1.1: Esquema simplificado do escoamento da produção entre o fundo do mar e a plataforma.

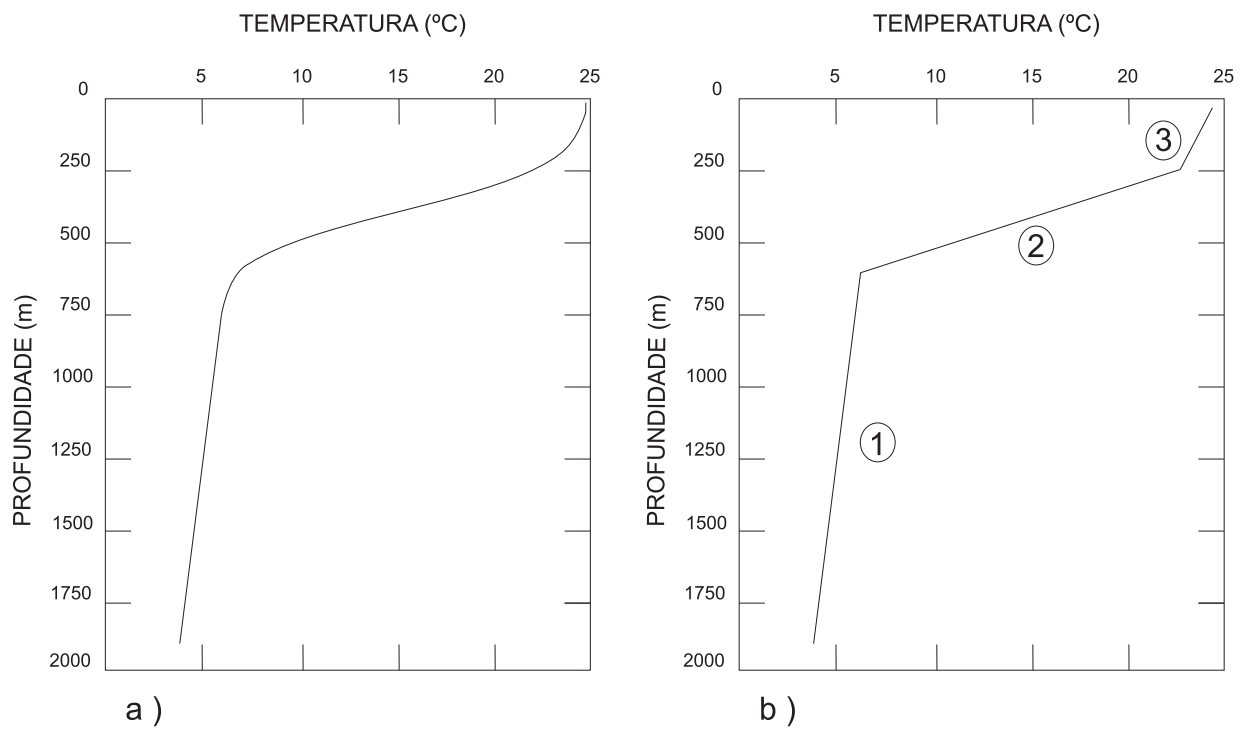


Figura 1.2: a) Esboço da variação da temperatura no mar com a profundidade. b) Aproximação linear para a variação da temperatura no mar. Figura adaptada do trabalho de Apel [2].

Um outro caso é o transporte realizado por sistemas dutoviários. Estes dutos podem percorrer centenas de quilômetros e estão sujeitos a mudanças de temperatura devido, entre outros

fatores, a ação climática e a variação da altitude.

A utilização da condição de contorno de gradiente de temperatura na parede, em detrimento das condições de contorno clássicas, permite mensurar o erro cometido quando se consideram as condições de contorno clássicas, uma vez que há problemas que apresentam um comportamento mais próximo da condição de contorno de gradiente de temperatura na parede do tubo.

O presente trabalho faz uma análise numérica da transferência de calor em escoamentos laminares de materiais viscoplásticos, utilizando a condição de contorno de gradiente de temperatura na parede do tubo e variando os parâmetros reológicos dos fluidos e os grupos adimensionais Reynolds e Peclet. Os números de Nusselt para os escoamentos de fluidos viscoplásticos sob as condições de temperatura e fluxo de calor uniformes e para o escoamento de fluido newtoniano sob a condição de gradiente constante também são obtidos e comparados a resultados consagrados na literatura do assunto.

1.2 Estado da Arte

Os escoamentos isotérmicos e não isotérmicos tem sido muito estudados nos últimos anos. Nota-se que os estudos da transferência de calor no escoamento de fluidos viscoplásticos em dutos são recentes e há mais trabalhos numéricos do que experimentais disponíveis na literatura. A seguir, são apresentados alguns trabalhos que direcionam o presente estudo.

McKillop [4] estuda a transferência de calor para a região de entrada de um tubo. O autor analisa numericamente o escoamento laminar de fluidos pseudoplásticos, modelados pela função power law, desconsiderando a dissipação viscosa e também a variação das propriedades do fluido com a temperatura. As equações de momento e energia são resolvidas analiticamente para casos de índice power-law $n = 0.5$ e $n = 1$, e os resultados comparados com soluções conhecidas para $n = 1$. São obtidos o número de Nusselt para a região de entrada e o Nusselt médio, sob as

condições de contorno de temperatura e fluxo de calor uniformes na parede do tubo.

Blackwell [5] aborda o problema da região de entrada térmica para o fluido plástico de Bingham sob a condição de contorno de temperatura uniforme na parede. O autor estuda numericamente o desenvolvimento do perfil de temperatura, considerando o escoamento laminar hidrodinamicamente desenvolvido. As propriedades do fluido são consideradas constantes e a dissipação viscosa desprezível. São apresentados em forma de tabelas e gráficos o número de Nusselt local e médio e a temperatura de Bulk em função da tensão limite de escoamento adimensional, τ'_0 , e da coordenada axial adimensional. É observado que o número de Nusselt aumenta a medida que há o incremento do valor de τ'_0 . A análise do autor relaciona este comportamento diretamente ao perfil de velocidade que é função da tensão limite de escoamento para o fluido de Bingham.

Os modelos de viscosidade de Bingham e Herschel-Bulkley são funções descontínuas em suas derivadas, o que torna as suas aplicações mais complicadas por meios numéricos. Papanastasiou [6] apresenta um modelo contínuo para a função de viscosidade que recupera o comportamento reológico do fluido plástico de Bingham. Mitsoulis e Abdali [7] apresentam o modelo de Papanastasiou modificado. Este modelo é resultado de uma modificação na equação proposta por Papanastasiou [6] que, a partir da escolha adequada do parâmetro de regularização m , se torna eficaz para recuperar o comportamento de materiais viscoplásticos.

Nouar et al. [8] estudam numericamente o escoamento laminar de fluidos viscoplásticos em tubo utilizando o modelo de viscosidade de Herschel-Bulkley. As condições de contorno térmicas adotadas para a parede são de temperatura e fluxo de calor uniformes. É considerada a variação do índice de consistência K com a temperatura e são obtidas correlações para o número de Nusselt e para o gradiente de pressão do escoamento.

Min et al. [9] abordam o problema do escoamento através de tubos e propõem soluções analíticas aproximadas para o número de Nusselt e para o perfil de temperatura, considerando a região desenvolvida do escoamento laminar de fluidos plásticos de Bingham. Min et al. [10] es-

tudam o mesmo problema, porém, com uma aborragem numérica para o caso de desenvolvimento térmico e hidrodinâmico ao longo da região de entrada do tubo. É obtido o número de Nusselt ao longo da região de entrada em função da tensão limite de escoamento e dos dimensionais Reynolds e Brinkman.

Soares et al. [1] estudam o problema da região de entrada de tubos considerando primeiramente as propriedades do fluido constantes e, em uma segunda análise, variando com a temperatura. Os autores abordam o escoamento laminar para fluidos viscoplásticos utilizando as condições de contorno de fluxo de calor e temperatura uniformes na parede. É analisada a influência da tensão limite de escoamento e do índice power-law no número de Nusselt e conclui-se que o comprimento de entrada aumenta, assim como o valor quantitativo do número de Nusselt, quanto maiores forem os valores de τ'_0 e menores os valores de n . Observa-se que para o caso em que há variação das propriedades do fluido com a temperatura, a influência nos resultados é apenas quantitativa, permanecendo o mesmo comportamento qualitativo.

Luna et al. [11] analisam a transferência de calor em escoamentos de materiais não newtonianos em tubos, considerando fluxo de calor nas paredes. Neste trabalho é feito o acoplamento da equação de Laplace e é computada a condução longitudinal na parede do tubo. A equação da energia é resolvida analiticamente utilizando uma aproximação integral para a camada limite e desconsiderando a dissipação viscosa e a condução axial no fluido. Os autores utilizam a condição de fluxo de calor uniforme na parede externa para o escoamento laminar de fluidos power-law através da região de entrada. É observado que o número de Nusselt do escoamento diminui com aumento da condução longitudinal na parede. Os autores analisam também o efeito do índice power-law e da razão entre a espessura do tubo e o comprimento da camada limite térmica.

Há poucos trabalhos que abordam a condição de contorno de gradiente constante de temperatura na parede do tubo. Kays [12] estuda a região de entrada de tubos sob efeito do gradiente constante de temperatura na parede, considerando o escoamento de fluido newtoniano

hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento. O autor resolve o problema e apresenta detalhadamente as soluções para o número de Nusselt, para o fluxo de calor e para a temperatura média ao longo da região de entrada de um tubo.

Shankar [13] estuda a transferência de calor no escoamento laminar de fluidos viscoelásticos. É considerada a variação linear da temperatura ao longo da parede do tubo. É observado que o aumento da elasticidade do fluido diminui a velocidade do escoamento e a taxa de transferência de calor. Estes resultados são válidos para números de Reynolds suficientemente pequenos, conforme a análise apresentada pelo autor.

A transferência de calor para o escoamento laminar de fluidos viscoplásticos é estudada tanto para tubos, quanto para outras geometrias e há muitos trabalhos na literatura que se relacionam a esse assunto. Soares et al. [14] estudam numericamente o escoamento de fluidos de Herschel-Bulkley para a região de entrada de espaços anulares. É analisado o número de Nusselt em função dos parâmetros reológicos, da razão entre os diâmetros interno e externo do espaço anular e dos adimensionais Reynolds e Peclet. A parede externa é considerada adiabática e para a parede interna considera-se as condições de contorno de fluxo e temperatura uniformes. Os autores mostram que o número de Nusselt é pouco sensível em relação as variações dos parâmetros reológicos. Esse comportamento não é observado no escoamento através de tubos, onde o Nusselt é uma função muito forte dos parâmetros reológicos, como observado em [1], [4] e [5]. Sayed-Ahmed e Kishk [15] estudam um problema similar, porém, através de dutos retangulares. Os autores apresentam gráficos e tabelas do número de Nusselt em função da geometria e dos parâmetros reológicos do fluido.

Os estudos experimentais complementam a literatura do assunto. Joshi e Bergles [16] analisam o escoamento laminar de fluidos pseudoplásticos. Os autores estudam, para o caso de fluxo uniforme na parede do tubo, a influência dos parâmetros reológicos do fluido, considerando a variação da viscosidade com a temperatura. Os valores do número de Nusselt obtidos pelos autores

são comparados a resultados experimentais e numéricos existentes na literatura. Gratão et al. [17] estudam o problema para fluidos pseudoplásticos em tubos e para os espaços anulares. A partir da determinação dos coeficientes médios de transferência de calor, são obtidas expressões empíricas simples que estimam o número de Nusselt médio na entrada térmica. Farias et al. [18] analisam o escoamento de materiais viscoplásticos através espaços anulares. As soluções de Carbopol são bem representadas pela função de viscosidade de Herschel-Bulkley. O efeito, em relação ao número de Nusselt, da tensão limite de escoamento e índice power-law é investigado. É mostrado que a influência dos parâmetros reológicos sobre o número de Nusselt na parede interna é bem pequena, concordando assim com os resultados apresentados por Soares et. al [14] em seu estudo numérico sobre este problema.

Embora o estudo da transferência de calor em escoamentos de materiais viscoplásticos esteja bastante desenvolvido, a grande parte deles consideram as condições de contorno de temperatura uniforme ou de fluxo de calor uniforme. Portanto, a contribuição do presente trabalho é estudar o escoamento de fluidos viscoplásticos, analisando a influência dos parâmetros reológicos e da condição de temperatura variável ao longo da parede do tubo.

1.3 Caracterização do Problema

O presente trabalho estuda numericamente a transferência de calor no escoamento laminar de materiais viscoplásticos através da região de entrada de tubos com a condição de contorno térmico de temperatura variável ao longo da parede do tubo.

Adotam-se as seguintes hipóteses simplificadoras para a solução do problema:

- 1 - fluido incompressível;
- 2 - regime permanente;
- 3 - escoamento laminar;

4 - simetria axial;

5 - dissipação viscosa desprezível;

6 - propriedades do material constantes com a temperatura.

O esboço do domínio físico do problema é apresentado na Figura (1.3), sendo L o comprimento e D o diâmetro da região de entrada de um tubo.

O problema é resolvido numericamente por meio da solução das equações de Conservação de Massa, da Quantidade de Movimento Linear e da Energia. A equação constitutiva de *Fluido Newtoniano Generalizado (FNG)* é utilizada, juntamente com o modelo de viscosidade de Papanastasiou modificado [7]. As condições de contorno térmicas aplicadas na parede do tubo são: (a) temperatura uniforme, (b) fluxo de calor uniforme e (c) gradiente de temperatura constante. As condições de contorno (a) e (b) são analisadas e os resultados comparados com a literatura, principalmente aos dados obtidos por Soares et al. [1]. Os efeitos da condição de contorno (c) são estudados e comparam-se os resultados numéricos obtidos para o escoamento de fluidos newtonianos com a solução analítica proposta por Kays [12].

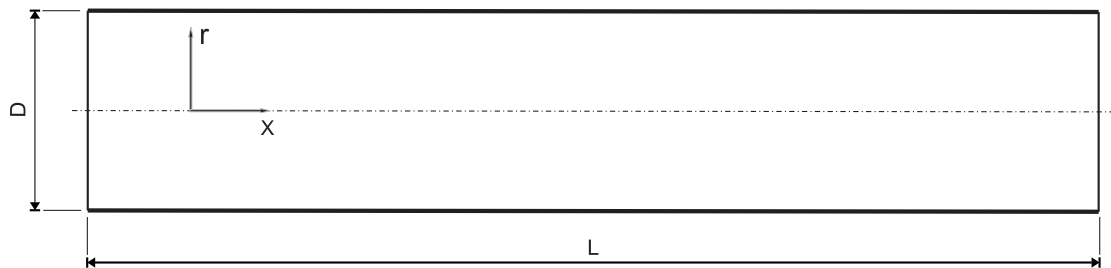


Figura 1.3: Esboço do domínio físico para região de entrada de um tubo.

A Figura (1.4) mostra a definição da condição de contorno de gradiente de temperatura constante na parede do tubo. É mostrado um esboço do domínio físico e a variação, na forma de gráfica, da temperatura ao longo da parede. A proposta é que a temperatura da parede varie

linearmente na forma $T_w(x) = T_{win} + ax$, onde T_w é a temperatura da parede, T_{win} é a temperatura da parede na entrada do tubo e x é a posição axial. Considerando a hipótese de simetria axial e a variação da temperatura na parede apenas na direção do escoamento, o gradiente de temperatura pode ser simplificado para $a = dT_w/dx$.

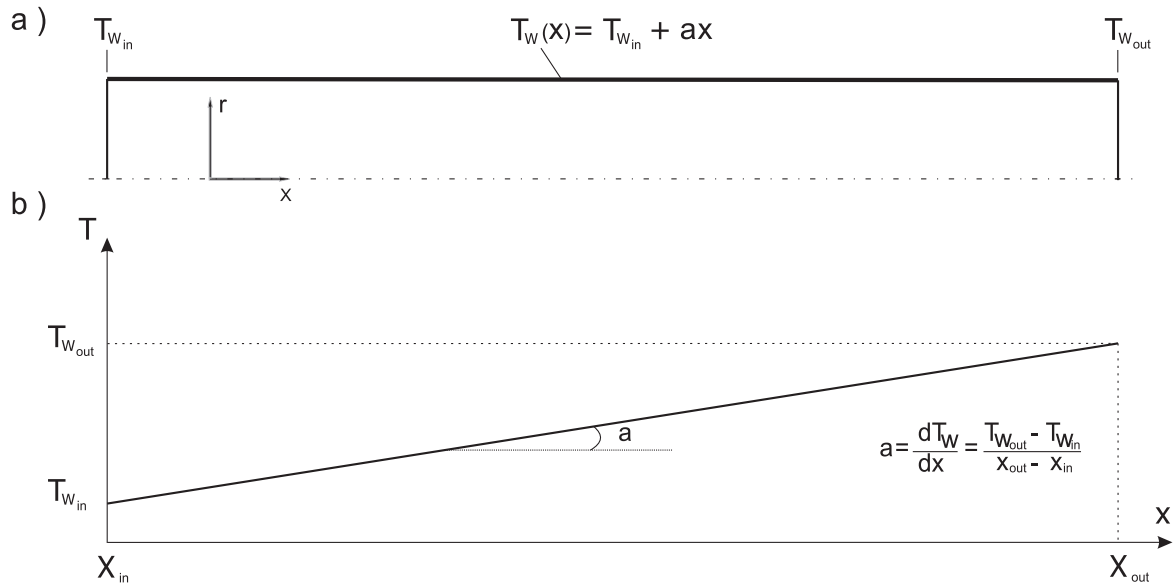


Figura 1.4: a) Esquema da condição de contorno de gradiente de temperatura constante na parede do tubo.
b) gráfico da variação da temperatura na parede do tubo.

O objetivo do presente trabalho é avaliar o número de Nusselt, considerando os efeitos da condição de contorno de gradiente de temperatura constante na parede de tubos e a influência dos parâmetros reológicos no escoamento de materiais viscoplásticos.

Capítulo 2

Formulação Física

Neste Capítulo são apresentadas as equações governantes, o modelo constitutivo de *Fluido Newtoniano Generalizado* e as funções de viscosidade utilizadas no presente trabalho. Em seguida, são expostas as condições de contorno, destacando-se a condição de gradiente de temperatura constante para a parede do tubo e a adimensionalização das equações. Por fim, desenvolve-se a expressão para o número de Nusselt do problema estudado.

2.1 Equações Governantes

As equações de conservação são apresentadas em coordenadas cilíndricas sendo r , θ e x as direções radial, circunferencial e axial, respectivamente. A Equação (2.1) mostra a conservação da massa, sendo ρ a massa específica do material e v , w e u os componentes do vetor velocidade nas direções r , θ e x , respectivamente.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r v)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (2.1)$$

As Equações (2.2), (2.3) e (2.4) expressam a conservação da quantidade de movimento, sendo p o campo de pressão, g_r , g_θ e g_x os componentes do vetor gravidade e τ_{rr} , $\tau_{\theta r}$, τ_{xr} , $\tau_{\theta\theta}$, $\tau_{r\theta}$, $\tau_{x\theta}$, τ_{rx} , $\tau_{\theta x}$ e τ_{xx} os componentes do tensor extra-tensão.

direção r :

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\tau_{\theta r})}{\partial \theta} + \frac{\partial(\tau_{xr})}{\partial x} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right) + \rho g_r \quad (2.2)$$

direção θ :

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{vw}{r} + u \frac{\partial w}{\partial x} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2\tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\tau_{\theta\theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial\tau_{x\theta}}{\partial x} \right) + \rho g_\theta \quad (2.3)$$

direção x :

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\tau_{\theta x})}{\partial \theta} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \right) + \rho g_x \quad (2.4)$$

A Equação (2.5) representa a conservação da energia, sendo c_p o calor específico a pressão constante, T o campo de temperatura, q_r , q_θ e q_x os componentes do vetor fluxo de calor nas direções radial, circunferencial e axial, respectivamente. A energia térmica gerada por unidade de volume é representada por q''' e β é o coeficiente de expansão térmica.

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(rq_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial q_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial q_x}{\partial x} \right] + q''' + \beta T \left(\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + u \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \Upsilon \quad (2.5)$$

Na Equação Υ representa o termo de dissipação viscosa representado pela Equação (2.6):

$$\Upsilon = -p \left[\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \tau_{rr} \frac{\partial v}{\partial r} + \tau_{\theta\theta} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial \theta} + v \right) + \tau_{zz} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{r\theta} \left[r \frac{\partial(\frac{w}{r})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + \tau_{rz} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (2.6)$$

Considerando o escoamento bidimensional e as hipóteses apresentadas na seção 1.3, as equações governantes são representadas em suas formas simplificadas pelas Equações (2.7), (2.8), (2.9) e (2.10).

- Equação de conservação da massa.

$$\frac{\partial(u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (2.7)$$

- Equação de conservação da quantidade de movimento.

direção r :

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xr})}{\partial x} \right) \quad (2.8)$$

direção x :

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

onde φ é a pressão modificada.

Na Equação (2.8) o termo $-\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ é um gradiente de pressão modificado que representa os termos $-\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r$. Para a Equação (2.9) o gradiente de pressão modificado, $-\frac{\partial \varphi}{\partial x}$, representa os termos $-\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x$.

- Equação de conservação da energia.

$$\rho c_p \left(v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = k \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (2.10)$$

onde k é a condutividade térmica do fluido.

2.2 Modelo Constitutivo

O modelo constitutivo de *Fluido Newtoniano Generalizado (FNG)* é utilizado. A Equação (2.11) apresenta o modelo *FNG*, onde $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor extra-tensão ou tensor das tensões viscosas, η representa a função de viscosidade, $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T$ é o tensor taxa de deformação e $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\gamma}})}$ é a intensidade do tensor taxa de deformação.

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.11)$$

A função viscosidade de Herschel-Bulkley é utilizada para descrever o comportamento dos materiais viscoplásticos. A Equação (2.12) mostra a função de Herschel-Bulkley sendo τ_0 a tensão limite de escoamento, n o índice power-law e K o índice de consistência do fluido.

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + K\dot{\gamma}^{n-1} & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \infty & \text{para } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2.12)$$

Quando o efeito da tensão limite de escoamento é desconsiderado, o modelo Herschel-Bulkley é simplificado para a função de viscosidade de power-law, conforme a Equação (2.13). O modelo power-law descreve o comportamento dos materiais pseudoplásticos, cuja viscosidade diminui com o aumento da taxa de deformação quando $n < 1$, e de materiais dilatantes, cuja viscosidade aumenta com a taxa de deformação quando $n > 1$. Outro caso particular obtido a partir da Equação (2.12) é o modelo plástico de Bingham. Quando $n = 1$ e $K = \mu_p$ é obtida a Equação (2.14) para a função viscosidade de Bingham, onde μ_p é a viscosidade plástica do material. O modelo de fluido newtoniano, Equação (2.15), também pode ser obtido a partir da função de viscosidade de Herschel-Bulkley quando $\tau_0 = 0$, $n = 1$ e $K = \mu$, onde μ é a viscosidade newtoniana.

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.13)$$

$$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p & \text{para } \tau \geq \tau_0 \\ \infty & \text{para } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\eta = \mu \quad (2.15)$$

O modelo Herschel-Bulkley apresenta dificuldades em sua implementação numérica devido as descontinuidades presentes em suas derivadas. O modelo de Papanastasiou modificado [7] é utilizado no presente trabalho para recuperar o comportamento dos materiais viscoplásticos. A vantagem é que o modelo recupera os resultados do modelo tradicional e a sua implementação é obviamente mais fácil por se tratar de uma única função. As Equações (2.16) e (2.17) apresentam, respectivamente, o tensor das tensões e a função viscosidade para o modelo de Papanastasiou modificado.

$$\tau = K\dot{\gamma}^n + \tau_0 [1 - e^{(-m\dot{\gamma})}] \quad (2.16)$$

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} [1 - e^{(-m\dot{\gamma})}] \quad (2.17)$$

onde m é o parâmetro de regularização que deve ser escolhido adequadamente.

2.3 Condições de Contorno

A Figura (2.1) mostra um esquema do domínio físico do problema com a indicação dos contornos. As condições de contorno hidrodinâmicas e térmicas do problema são apresentadas.

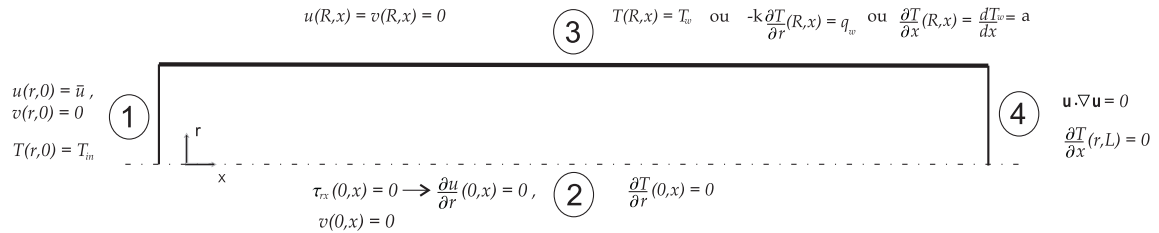


Figura 2.1: Domínio físico com a indicação dos contornos.

- Condições de contorno hidrodinâmicas:

1 o perfil de velocidade é uniforme na entrada $\rightarrow u(r, 0) = \bar{u}$, $v(r, 0) = 0$

2 a tensão cisalhante e a velocidade radial são nulas ao longo do eixo de simetria

$$\tau_{rx}(0, x) = 0 \rightarrow \frac{\partial u}{\partial r}(0, x) = 0$$

$$v(0, x) = 0$$

3 não há deslizamento do fluido nas paredes $\rightarrow u(R, x) = v(R, x) = 0$

4 o escoamento é desenvolvido na saída $\rightarrow \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0$

- Condições de contorno térmicas:

1 o perfil de temperatura é uniforme na entrada $\rightarrow T(r, 0) = T_{in}$

2 condição de simetria ao longo da linha de centro $\rightarrow \frac{\partial T}{\partial r}(0, x) = 0$

3 são utilizadas três condições de contorno térmicas para a parede:

caso temperatura uniforme $\rightarrow T(R, x) = T_w$

caso fluxo de calor uniforme $\rightarrow -k \frac{\partial T}{\partial r}(R, x) = q_w$

caso gradiente de temperatura constante $\longrightarrow \frac{\partial T}{\partial x}(R, x) = \frac{dT_w}{dx} = a$, onde a é o gradiente de temperatura na parede, conforme apresentado na Seção (1.3).

4 a difusão de calor é nula na saída $\longrightarrow \frac{\partial T}{\partial x}(r, L) = 0$

2.4 Adimensionalização das Equações

Inicia-se o processo de adimensionalização das equações que governam o problema escolhendo-se as grandezas características do problema proposto.

A tensão característica do escoamento τ_c e a taxa de deformação característica $\dot{\gamma}_c$ são grandezas definidas na parede do tubo na região onde o escoamento encontra-se totalmente desenvolvido. O raio R do tubo é adotado como o comprimento característico.

A tensão característica do escoamento e a taxa de deformação característica, mostradas nas Equações (2.18) e (2.19), são deduzidas a partir da solução analítica do escoamento na região desenvolvida, conforme apresentado no trabalho de Soares et al. [1].

$$\tau_c = - \left(\frac{dp}{dx} \right) \frac{R}{2} \quad (2.18)$$

$$\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_c - \tau_0}{K} \right)^{1/n} \quad (2.19)$$

Das equações de τ_c e $\dot{\gamma}_c$ é definida a viscosidade característica η_c na Equação (2.20).

$$\eta_c = \eta(\dot{\gamma}_c) = \frac{\tau_c}{\dot{\gamma}_c} \quad (2.20)$$

A partir das grandezas características são definidos os parâmetros adimensionais utilizados na adimensionalização das equações governantes.

As coordenadas adimensionais r' e x' , os componentes adimensionais v' e u' da velocidade e a pressão modificada adimensional \wp' são apresentados, respectivamente, nas Equações (2.21), (2.22) e (2.23).

$$r' = \frac{r}{R} \quad x' = \frac{x}{R} \quad (2.21)$$

$$v' = \frac{v}{\dot{\gamma}_c R} \quad u' = \frac{u}{\dot{\gamma}_c R} \quad (2.22)$$

$$\wp' = \frac{\wp}{\tau_c} \quad (2.23)$$

A tensão adimensional τ' e a tensão limite de escoamento adimensional τ'_0 são mostradas na Equação (2.24). A taxa de deformação $\dot{\gamma}'$ e a viscosidade η' adimensionais são apresentadas na Equação (2.25).

$$\tau' = \frac{\tau}{\tau_c} \quad \tau'_0 = \frac{\tau_0}{\tau_c} \quad (2.24)$$

$$\dot{\gamma}' = \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \quad \eta' = \frac{\eta}{\eta_c} \quad (2.25)$$

A temperatura adimensional para as condições de contorno de temperatura uniforme e gradiente de temperatura constante é mostrada na Equação (2.26).

$$\Theta = \frac{T - T_{win}}{T_{in} - T_{win}} \quad (2.26)$$

No caso de temperatura uniforme, T_{win} pode ser representado apenas por T_w .

A temperatura adimensional para a condição de contorno de fluxo de calor uniforme é apresentada na Equação (2.27).

$$\Phi = \frac{T - T_{in}}{q_w D / k} \quad (2.27)$$

Cada condição de contorno térmica na parede implica em uma abordagem diferente do problema da transferência de calor. No caso da condição de gradiente constante de temperatura, o valor do gradiente, dT_w/dx , influencia a solução do problema. Além do gradiente, as temperaturas do fluido e da parede na seção de entrada também caracterizam o escoamento. A partir de um estudo das variáveis térmicas que influenciam o problema é obtido um grupo adimensional para a condição de contorno de gradiente constante de temperatura na parede, conforme mostra a Equação (2.28).

$$\Psi = \frac{R \frac{dT_w}{dx}}{T_{in} - T_{win}} \quad (2.28)$$

A partir da adimensionalização das equações de conservação surgem os grupos adimensionais que governam escoamento. As Equações (2.29), (2.35), (2.36), (2.39), (2.40) apresentam a forma final das equações de conservação adimensionalizadas.

- Equação de conservação da massa.

$$\frac{1}{r'} \frac{\partial(r'v')}{\partial r'} + \frac{\partial(u')}{\partial x'} = 0 \quad (2.29)$$

- Equações de conservação da quantidade de movimento.

direção r :

$$\frac{\rho \dot{\gamma}_c^2 R^2}{\tau_c} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial r'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) = - \frac{\partial \wp'}{\partial r'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial(r' \tau'_{rr})}{\partial r'} + \frac{\partial(\tau'_{xr})}{\partial x'} \right) \quad (2.30)$$

direção x :

$$\frac{\rho \dot{\gamma}_c^2 R^2}{\tau_c} \left(v' \frac{\partial u'}{\partial r'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) = - \frac{\partial \wp'}{\partial x'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial(r' \tau'_{rx})}{\partial r'} + \frac{\partial(\tau'_{xx})}{\partial x'} \right) \quad (2.31)$$

Ao multiplicar as Equações (2.30) e (2.31) por $8(\bar{u}')^2$ são obtidas as Equações (2.32) e

(2.33).

direção r :

$$\frac{8\rho\bar{u}'^2}{\tau_c} \left(v' \frac{\partial v'}{\partial r'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) = 8\bar{u}'^2 \left[-\frac{\partial \varphi'}{\partial r'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial (r' \tau'_{rr})}{\partial r'} + \frac{\partial (\tau'_{xr})}{\partial x'} \right) \right] \quad (2.32)$$

direção x :

$$\frac{8\rho\bar{u}'^2}{\tau_c} \left(v' \frac{\partial u'}{\partial r'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) = 8\bar{u}'^2 \left[-\frac{\partial \varphi'}{\partial x'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial (r' \tau'_{rx})}{\partial r'} + \frac{\partial (\tau'_{xx})}{\partial x'} \right) \right] \quad (2.33)$$

O termo $8\rho\bar{u}'^2/\tau_c$, presente nas Equações (2.32) e (2.33), expressa uma relação entre as forças de inércia e as forças viscosas. Tal relação é conhecida como número de Reynolds generalizado. Esta definição para o número de Reynolds é proposta por Soares et. al [14] e é apresentada na Equação (2.34).

$$Re = \frac{8\rho\bar{u}'^2}{\tau_c} \quad (2.34)$$

Logo, a conservação da quantidade de movimento em sua forma adimensional é representada nas Equações (2.35) e (2.36).

direção r :

$$\left(v' \frac{\partial v'}{\partial r'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} \right) = \frac{8\bar{u}'^2}{Re} \left[-\frac{\partial \varphi'}{\partial r'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial (r' \tau'_{rr})}{\partial r'} + \frac{\partial (\tau'_{xr})}{\partial x'} \right) \right] \quad (2.35)$$

direção x :

$$\left(v' \frac{\partial u'}{\partial r'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} \right) = \frac{8\bar{u}'^2}{Re} \left[-\frac{\partial \varphi'}{\partial x'} + \left(\frac{1}{r'} \frac{\partial (r' \tau'_{rx})}{\partial r'} + \frac{\partial (\tau'_{xx})}{\partial x'} \right) \right] \quad (2.36)$$

- Equação de conservação da energia
- para a condição de temperatura uniforme e gradiente de temperatura constante:

$$\left(v' \frac{\partial \Theta}{\partial r'} + u' \frac{\partial \Theta}{\partial x'} \right) = \frac{k}{\rho c_p R^2 \dot{\gamma}_c} \left[\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \Theta}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} \right] \quad (2.37)$$

- para a condição de fluxo de calor uniforme:

$$\left(v' \frac{\partial \Phi}{\partial r'} + u' \frac{\partial \Phi}{\partial x'} \right) = \frac{k}{\rho c_p R^2 \dot{\gamma}_c} \left[\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \Phi}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} \right] \quad (2.38)$$

Nas Equações (2.37) e (2.38) a razão $k/\rho c_p$ é a difusividade térmica α .

Logo, a conservação da energia em sua forma adimensional para as três condições de contorno térmicas analisadas é mostrada nas Equações (2.39), (2.40).

- para a condição de temperatura uniforme e gradiente de temperatura constante:

$$\left(v' \frac{\partial \Theta}{\partial r'} + u' \frac{\partial \Theta}{\partial x'} \right) = \frac{2\bar{u}'}{Pe} \left[\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \Theta}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x'^2} \right] \quad (2.39)$$

- para a condição de fluxo de calor uniforme:

$$\left(v' \frac{\partial \Phi}{\partial r'} + u' \frac{\partial \Phi}{\partial x'} \right) = \frac{2\bar{u}'}{Pe} \left[\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left(r' \frac{\partial \Phi}{\partial r'} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x'^2} \right] \quad (2.40)$$

O grupo adimensional que surge naturalmente da equação de conservação da energia é o número de Peclet, mostrado na Equação (2.41).

$$Pe = \frac{\bar{u}D}{\alpha} \quad (2.41)$$

O modelo constitutivo de *Fluido Newtoniano Generalizado*, Equação (2.11), em sua forma adimensional é apresentado na Equação (2.42).

$$\tau' = \eta'(\dot{\gamma}')\dot{\gamma}' \quad (2.42)$$

O modelo de viscosidade de Herschel-Bulkley, Equação (2.12), é mostrado em sua forma adimensional na Equação (2.43).

$$\eta' = \begin{cases} \frac{\tau'_0}{\dot{\gamma}'} + [1 - \tau'_0] \dot{\gamma}'^{n-1} & \text{para } \tau' \geq \tau'_0 \\ \infty & \text{para } \tau' < \tau'_0 \end{cases} \quad (2.43)$$

A partir dos parâmetros característicos e das equações para o modelo de Papanastasiou modificado, Equações (2.16) e (2.17), é desenvolvida a expressão adimensional para esta função de viscosidade na Equação (2.44).

$$\eta' = \left[1 - \tau'_0 \left(1 - e^{-m'} \right) \right] \dot{\gamma}'^{n-1} + \frac{\tau'_0}{\dot{\gamma}'} \left[1 - e^{(-m' \dot{\gamma}')} \right] \quad (2.44)$$

O parâmetro adimensional $m' = m\dot{\gamma}_c$ ajusta o modelo de forma a recuperar o comportamento da função Herschel-Bulkley tradicional. A Figura (2.2) mostra um gráfico da variação de τ'/τ'_0 em função da taxa de deformação adimensional $\dot{\gamma}'$. É apresentado o comportamento do modelo Papanastasiou modificado, em função do parâmetro m' , e os resultados obtidos com os modelos modificado e tradicional em função dos parâmetros adimensionais τ'_0 e n .

Observa-se que para baixas taxas de deformação $\dot{\gamma}'$ são necessários valores de m' cada vez maiores. Contudo, a utilização de m' muito grande dificulta a convergência numérica. Logo, o presente trabalho utiliza um valor mínimo para m' , $m' = 1000$, e garante que o escoamento esteja na faixa de $\dot{\gamma}'$ correspondente de tal forma a recuperar os resultados obtidos pelo modelo tradicional.

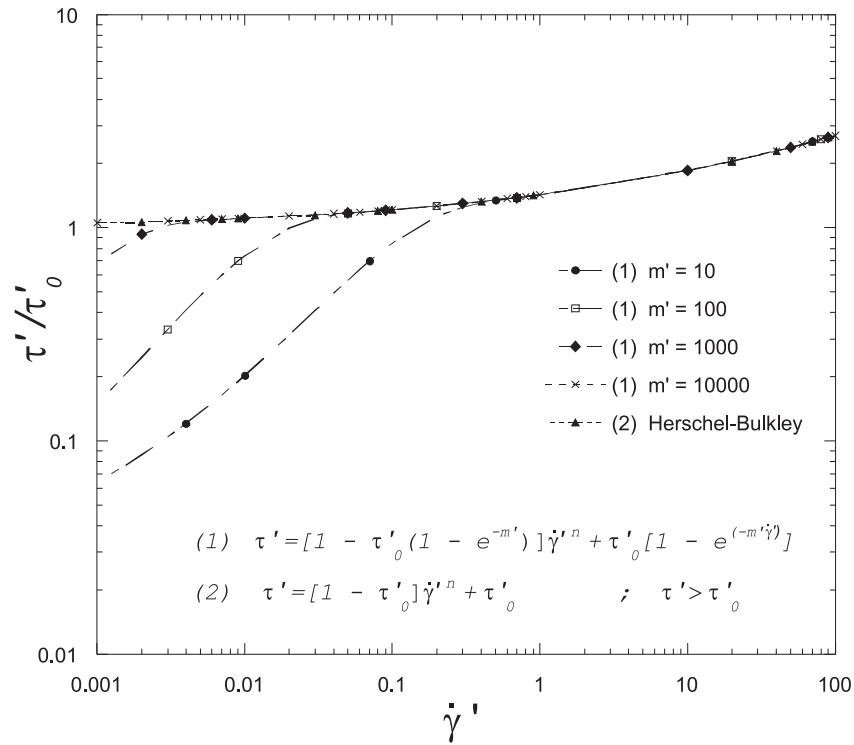


Figura 2.2: Variação da tensão em função da taxa de deformação e do parâmetro m' , para os modelos de Herschel-Bulkley tradicional e Papanastasiou modificado.

As condições de contorno hidrodinâmicas e térmicas também são apresentadas nas formas adimensionais.

• Condições de contorno hidrodinâmicas:

1 $\longrightarrow u'(r', 0) = \bar{u}', v'(r', 0) = 0$

2 $\longrightarrow \frac{\partial u'}{\partial r'}(0, x') = 0, v'(0, x') = 0$

3 $\longrightarrow u'(1, x') = v'(1, x') = 0$

4 $\longrightarrow \mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}' = 0$

• Condições de contorno térmicas:

• para a condição de contorno de temperatura uniforme:

1 $\longrightarrow \Theta(r', 0) = 1$

$$2 \longrightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial r'}(0, x') = 0$$

$$3 \longrightarrow \Theta(1, x') = 0$$

$$4 \longrightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial x'}(r', L') = 0$$

• para a condição de contorno de fluxo de calor uniforme:

$$1 \longrightarrow \Phi(r', 0) = 0$$

$$2 \longrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial r'}(0, x') = 0$$

$$3 \longrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial r'}(1, x') = 1$$

$$4 \longrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial x'}(r', L') = 0$$

• para a condição de gradiente de temperatura constante:

$$1 \longrightarrow \Theta(r', 0) = 1$$

$$2 \longrightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial r'}(0, x') = 0$$

$$3 \longrightarrow \frac{\partial \Theta_w}{\partial x'}(1, x') = \frac{R \frac{dT_w}{dx}}{T_{in} - T_{win}} = \Psi$$

$$4 \longrightarrow \frac{\partial \Theta}{\partial x'}(r', L') = 0$$

2.5 Número de Nusselt

O coeficiente de transferência de calor h é calculado a partir da hipótese de conservação da energia aplicada à parede do tubo. Em qualquer posição axial o fluxo de calor na parede q_w é obtido aplicando-se a lei de Fourier ao fluido. A aplicação dessa lei, apresentada na Equação (2.45), é adequada porque não há movimento do fluido na parede e a transferência de energia ocorre apenas por condução.

A Equação (2.45) combinada a lei de Newton do resfriamento, Equação (2.46), conduz à expressão utilizada no cálculo do coeficiente de transferência de calor. Na Equação (2.46), o termo T_b é a temperatura média ou "bulk" que é calculada conforme apresentado na Equação (2.47).

Aplicando a conservação da energia é obtida a Equação (2.48) para o coeficiente de transferência de calor h . Multiplicando a Equação (2.48) pelo diâmetro D é obtida a expressão para o número de Nusselt, como mostra a Equação (2.49). Esta formulação do número de Nusselt, Equação (2.49), é aplicada à condição de contorno de gradiente constante de temperatura na parede e os resultados obtidos devem ser devidamente interpretados quando T_b se aproxima de T_w .

$$q_w = -k \frac{\partial T}{\partial r}(R, x) \quad (2.45)$$

$$q_w = h (T_b - T_w) \quad (2.46)$$

$$T_b = \frac{2}{\bar{u}R^2} \int_0^R uT r dr \quad (2.47)$$

$$h (T_b - T_w) = -k \frac{\partial T}{\partial r}(R, x)$$

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial r}(R, x)}{T_b - T_w} \quad (2.48)$$

$$\frac{hD}{k} = Nu = \frac{-D \frac{\partial T}{\partial r}(R, x)}{T_b - T_w} \quad (2.49)$$

A transferência de calor na região de entrada pode ser analisada de uma maneira global por meio do número de Nusselt médio, \overline{Nu} , conforme apresentado na Equação (2.50).

$$\overline{Nu} = \frac{1}{x'} \int_0^{x'} Nu dx' \quad (2.50)$$

A forma adimensional para a temperatura de bulk e o número de Nusselt em função dos adimensionais são apresentados nas Equações (2.51), (2.52) (2.53) e (2.54) para as três condições de contorno térmicas para a parede.

- para a condição de contorno de temperatura uniforme e gradiente de temperatura constante:

$$\Theta_b = \frac{2}{\bar{u}'} \int_0^1 u' \Theta r' dr' \quad (2.51)$$

$$Nu(x') = \frac{-2 \frac{\partial \Theta}{\partial r'}(1, x')}{\Theta_b(x') - \Theta_w(x')} \quad (2.52)$$

- para a condição de contorno de fluxo de calor uniforme:

$$\Phi_b = \frac{2}{\bar{u}'} \int_0^1 u' \Phi r' dr' \quad (2.53)$$

$$Nu(x') = \frac{-2 \frac{\partial \Phi}{\partial r'}(1, x')}{\Phi_b(x') - \Phi_w(x')} \quad (2.54)$$

Capítulo 3

Formulação Numérica

O método numérico utilizado é o de elementos finitos com aproximação de Galerkin. Neste método, as variáveis são representadas em termos de funções de base previamente conhecidas, como mostra a Equação (3.1).

$$u = \sum_{j=1}^n U_j \phi_j \quad ; \quad v = \sum_{j=1}^n V_j \phi_j \quad ; \quad p = \sum_{j=1}^m P_j \chi_j \quad ; \quad T = \sum_{j=1}^m T_j \chi_j \quad (3.1)$$

As Funções base biquadráticas (ϕ_j) são usadas para representar o campo de velocidades. As funções descontínuas lineares (χ_j) são utilizadas para discretizar os campos de pressão e temperatura.

Assim, aparecem como variáveis do problema os coeficientes de expansão, como mostra a Equação (3.2).

$$\mathbf{C} = [U_j \quad V_j \quad P_j \quad T_j]^T \quad (3.2)$$

Como todas as variáveis são representadas em termos das funções de base, o sistema de equações diferenciais parciais se reduz a um sistema algébrico de equações. Os métodos iterativos de Picard e Newton são utilizados para resolver o sistema algébrico de equações, sendo os

coeficientes de expansão as variáveis que são calculadas. Este problema constitui um sistema de equações não lineares com uma matriz esparsa.

A escolha do método iterativo depende da simulação em processo. Em todos os casos é adotado um vetor resíduo de 10^{-8} para considerar a solução convergida.

A malha utilizada é composta por elementos retangulares de nove nós. É feito um refinamento axial a partir da entrada do domínio e também próximo a parede ao longo de toda a malha.

São Utilizados softwares comerciais para resolver e analisar as equações descritas no Capítulo (2). O Gambit é usado para a construção da geometria e para gerar a malha. No Polydata são inseridos os parâmetros físicos do escoamento e definidos os métodos numéricos de resolução das equações. Após a modelagem feita no Polydata, o problema é resolvido pelo processador PolyFlow 3.11.0 [19]. Por fim, o CFX Post 11.1 [20] é utilizado no pós processamento dos resultados.

3.1 Teste de Malha

O teste de malha é feito a partir da análise do produto fRe e de comparações com soluções exatas para o número de Nusselt na região desenvolvida do escoamento.

Utilizando o número de Reynolds generalizado proposto por Soares et. al. [14], Equação (2.34), e a definição do fator de atrito f , Equação (3.3), é obtida a expressão para o produto fRe na região desenvolvida do escoamento cujo resultado é igual a 64 para qualquer fluido e independente da geometria, conforme mostra a Equação (3.4). Reescrevendo o número de Reynolds:

$$Re = \frac{8\rho\bar{u}^2}{\tau_c}$$

onde $\tau_c = -\frac{dp}{dx} \frac{D}{4}$ é a tensão na parede do tubo para a região desenvolvida do escoamento. O fator de atrito é definido:

$$f = \frac{-\frac{dp}{dx} D}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2} \quad (3.3)$$

$$fRe = \frac{-16 \frac{dp}{dx} D}{\tau_c} = 64 \quad (3.4)$$

O procedimento utilizado no teste de malha consiste na comparação entre a solução numérica do produto fRe na parede para a região desenvolvida e a solução analítica, ou seja $fRe = 64$. O resultado numérico é obtido tendo como base o valor da tensão na parede que, ao invés de ser calculada como simplesmente uma função do gradiente de pressão na região desenvolvida, é obtida a partir do cálculo do tensor taxa de deformação e a sua respectiva intensidade. Em seguida, aplica-se o valor da tensão na parede calculado numericamente na Equação (3.4) para comparar-se ao valor exato do produto fRe .

Outro teste de malha é feito a partir de uma comparação entre os números de Nusselt para a região desenvolvida do escoamento e alguns casos cujas soluções exatas são conhecidas. O escoamento de fluidos newtonianos sob as condições de temperatura e fluxo de calor uniforme resultam em $Nu = 3.66$ e $Nu = 4.36$, respectivamente. O Nusselt para fluidos power-law sob a condição de fluxo de calor uniforme é obtido por meio da Equação (3.5) apresentada por Burmeister [21].

$$Nu = \frac{8(3n + 1)(5n + 1)}{1 + 12n + 31n^2} \quad (3.5)$$

A Tabela (3.1) apresenta algumas malhas utilizadas no teste de malha, onde $L' = L/R$ é o comprimento adimensional da malha. As malhas possuem refinamento por zonas, sendo mais refinadas próximo a entrada e próximo a parede ao longo do comprimento.

Tabela 3.1: Especificações das malhas utilizadas no teste de malha.

	L'	n° de elementos	n° de nós
malha1	250	16000	32562
malha2	250	46250	94452
malha3	2500	41250	84252
malha4	2500	53250	108732

As Tabelas (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) apresentam as soluções exatas e numéricas dos parâmetros fRe e Nu e o erro percentual entre estes parâmetros para vários fluidos. O erro percentual é definido na Equação (3.6).

$$Erro = \frac{(Valor_{exato} - Valor_{numerico})}{Valor_{exato}} \quad (3.6)$$

Tabela 3.2: Teste de malha com fluido newtoniano, T_w uniforme.

	fRe_{exato}	fRe	Erro $fRe\%$	Nu_{exato}	Nu	Erro $Nu\%$
malha1	64	63,71	0,45	3,66	3,68	0,55
malha2	64	63,98	0,03	3,66	3,67	0,27
malha3	64	63,89	0,17	3,66	3,67	0,27
malha4	64	63,98	0,03	3,66	3,67	0,27

Tabela 3.3: Teste de malha com fluido newtoniano, q_w uniforme.

	fRe_{exato}	fRe	Erro $fRe\%$	Nu_{exato}	Nu	Erro $Nu\%$
malha1	64	63,71	0,45	4,36	4,37	0,23
malha2	64	63,98	0,03	4,36	4,36	-
malha3	64	63,89	0,17	4,36	4,37	0,23
malha4	64	63,98	0,03	4,36	4,37	0,23

Tabela 3.4: Teste de malha com fluido power-law, $n = 0.3$, q_w uniforme.

	fRe_{exato}	fRe	Erro $fRe\%$	Nu_{exato}	Nu	Erro $Nu\%$
malha1	64	63,89	0,17	5,14	5,16	0,39
malha2	64	63,99	0,02	5,14	5,15	0,19
malha3	64	63,95	0,08	5,14	5,15	0,19
malha4	64	63,99	0,02	5,14	5,15	0,19

Tabela 3.5: Teste de malha com fluido Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.7$.

	fRe_{exato}	fRe	Erro $fRe\%$
malha1	64	63,87	0,20
malha2	64	63,99	0,02
malha3	64	63,96	0,06
malha4	64	63,99	0,02

A partir da análise do erro percentual são selecionadas as malhas *malha2* e *malha4*.

Os resultados apresentados nas Tabelas (3.2), (3.3), (3.4) e (3.5) mostram que o refinamento das malhas reduz o erro percentual entre os valores exatos e numéricos dos parâmetros do teste.

Observa-se que o fRe é mais influenciado pelo refinamento do que o número de Nusselt. Esta maior influência é em razão da forte dependência deste parâmetro em relação a tensão característica, cuja precisão está relacionada ao refinamento da malha próximo a parede do tubo. Os resultados são obtidos com valores de Peclet, $Pe = 50$ e $Pe = 500$. A *malha2* é utilizada no casos com $Pe = 50$ e possui um comprimento suficiente para que o escoamento alcance o desenvolvimento hidrodinâmico e térmico. Nos casos com $Pe = 500$ é utilizada a *malha4* que, analogamente a *malha2*, atende as condições necessárias ao desenvolvimento do escoamento.

Capítulo 4

Resultados

4.1 Resultados Para a Condição de Contorno de Temperatura e Fluxo de Calor Uniformes

4.1.1 Comparação com os Resultados de Soares et al. [1]

Nesta seção são apresentadas comparações com alguns resultados da literatura para as condições de contorno de temperatura e fluxo de calor uniformes. Primeiramente é confrontado o resultado para um perfil de velocidade adimensional na região completamente desenvolvida de um fluido de Herschel-Bulkley. Na Figura (4.1) os símbolos são usados para representar a solução numérica do presente trabalho e os dados obtidos a partir do trabalho de Soares et. al. [1] e a linha contínua mostra a solução exata para este perfil de velocidade, obtida por meio das Equações (4.1) e (4.2).

As Equações (4.1) e (4.2) são as expressões analíticas do perfil de velocidade de Herschel-Bulkley para o escoamento desenvolvido em tubos.

para $r \leq R_0$:

$$v_x(r) = \frac{n}{n+1} \frac{(-dp/dx)^{1/n}}{(2K)^{1/n}} R^{1/(n+1)} (1 - \tau'_0)^{1/(n+1)} \quad (4.1)$$

para $r > R_0$:

$$v_x(r) = \frac{n}{n+1} \frac{(-dp/dx)^{1/n}}{(2K)^{1/n}} R^{1/(n+1)} \left[(1 - \tau'_0)^{1/(n+1)} - \left(\frac{r}{R} - \tau'_0 \right)^{1/(n+1)} \right] \quad (4.2)$$

onde R_0 é o raio onde a tensão de escoamento se iguala a tensão limite de escoamento, τ_0 , e é expresso como $R_0 = 2\tau_0 / (-dp/dx)$.

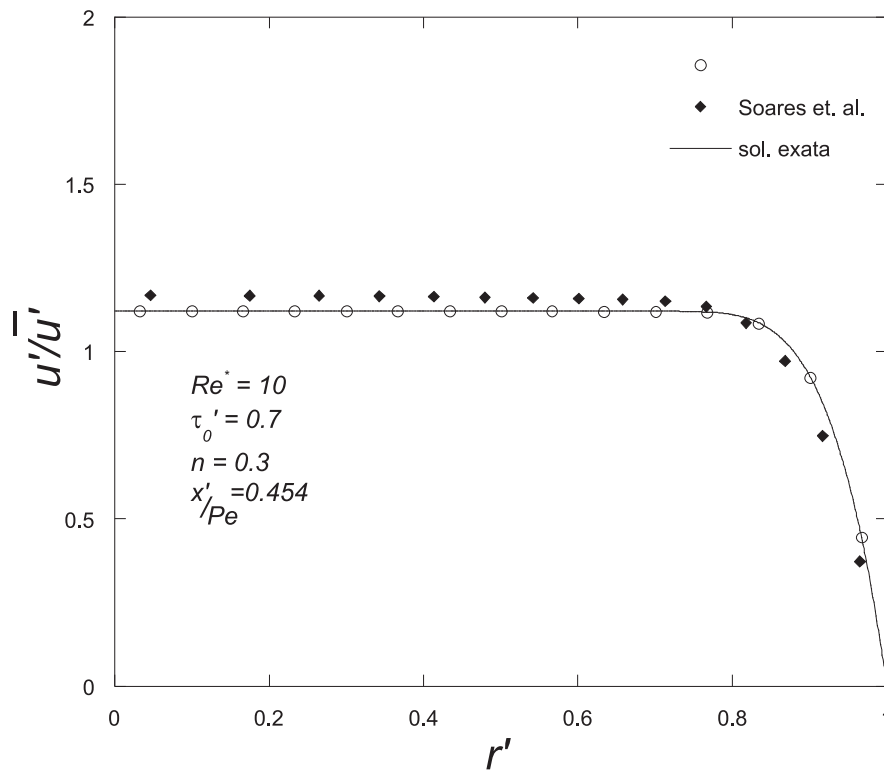


Figura 4.1: Comparação do perfil de velocidade.

A Figura (4.1) mostra que a solução numérica obtida no presente trabalho concorda melhor com a solução exata para o perfil de velocidade. Observa-se que diferença entre os resul-

tados do presente trabalho e do trabalho de Soares et. al. [1] está relacionada a erros no gradiente de velocidade. O grau de refinamento das malhas é o fator que, provavelmente, justifica essa diferença.

O número de Reynolds representado por Re^* , Equação (4.3), é definido conforme o trabalho de Soares et. al. [1].

$$Re^* = \frac{\rho \bar{u} D}{\eta_c} \quad (4.3)$$

As Figuras (4.2) e (4.3) apresentam uma comparação com os perfis de temperatura adimensionais obtidos por Soares et. al. [1] para as condições de contorno de temperatura e fluxo de calor uniformes. Nota-se uma boa concordância tanto no caso da condição de contorno de temperatura uniforme quanto no caso de fluxo de calor uniforme.

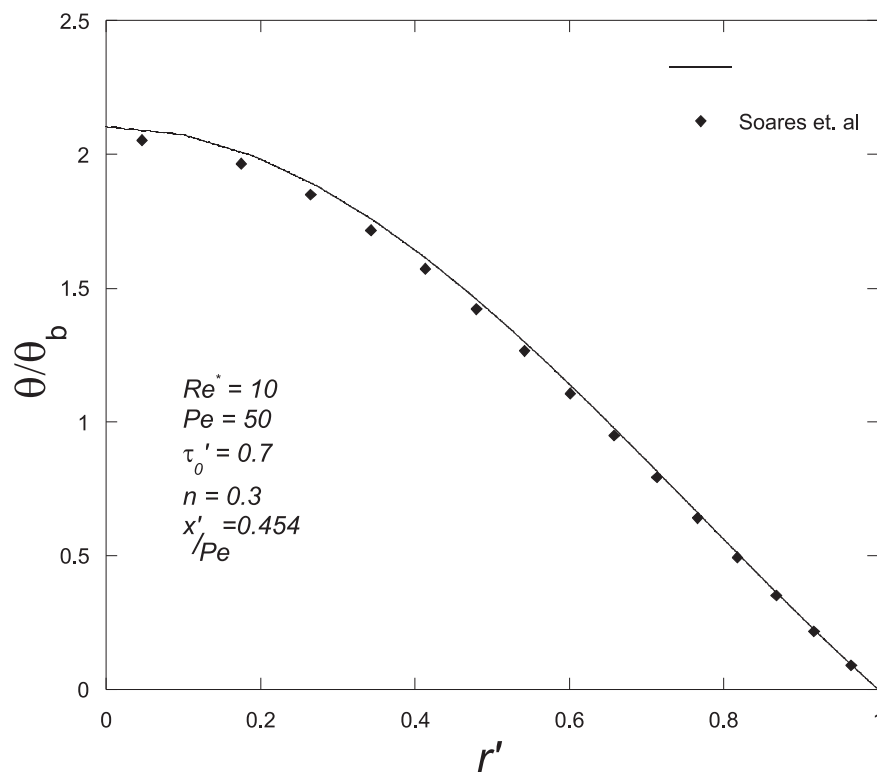


Figura 4.2: Comparação do perfil de temperatura - T_w uniforme.

O número de Nusselt é comparado ao longo da região de entrada para as condições

de contorno de temperatura e fluxo de calor uniformes. A partir da análise das Figuras (4.4) e (4.5), observa-se que há melhor concordância entre os resultados para fluidos com menores tensões limite de escoamento, τ'_0 , e maiores índices power law, n , ou seja, aqueles que se aproximam do comportamento newtoniano, $\tau'_0 = 0$ e $n = 1$. Além disso, percebe-se o mesmo comportamento qualitativo, enquanto que, quantitativamente, o presente trabalho apresenta valores maiores para o número de Nusselt quando comparado aos valores apresentados por Soares et. al. [1].

Nota-se que a diferença entre os resultados está relacionada ao aumento das não linearidades, uma vez que o afastamento entre os resultados do presente trabalho e do trabalho de Soares et. al. [1] acontece nesse sentido. Nos casos com $\tau'_0 = 0,7$ e $n = 0,3$, ocorre a maior diferença entre os resultados. A partir da análise do perfil de velocidade na região completamente desenvolvida, Figura (4.1), torna-se evidente que o erro entre as soluções para o número de Nusselt é decorrente da diferença entre os gradientes de velocidade.

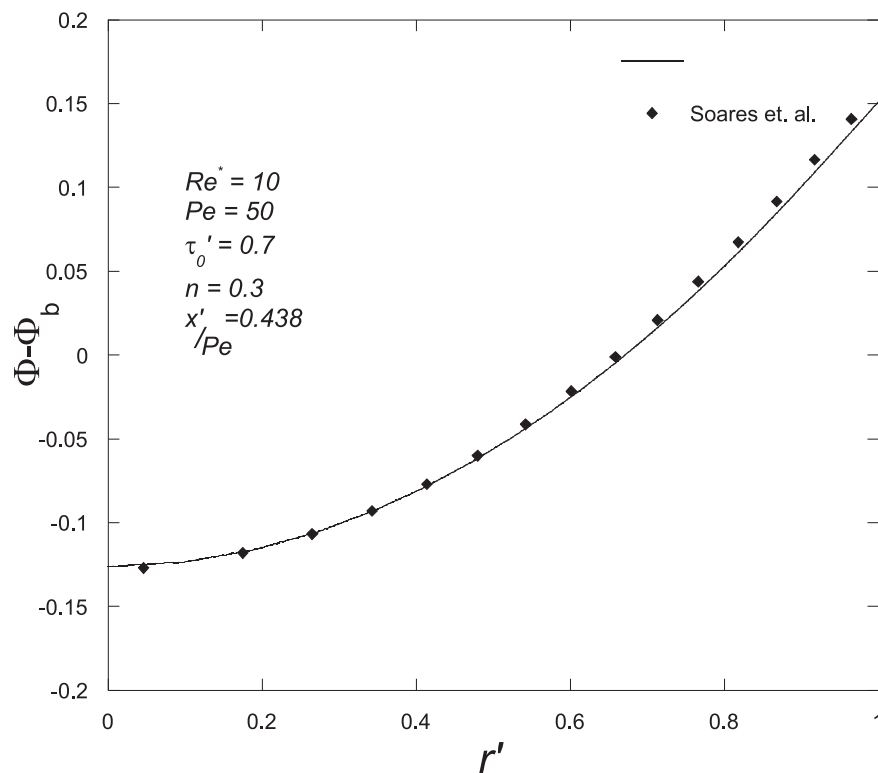


Figura 4.3: Comparação do perfil de temperatura - q_w uniforme.

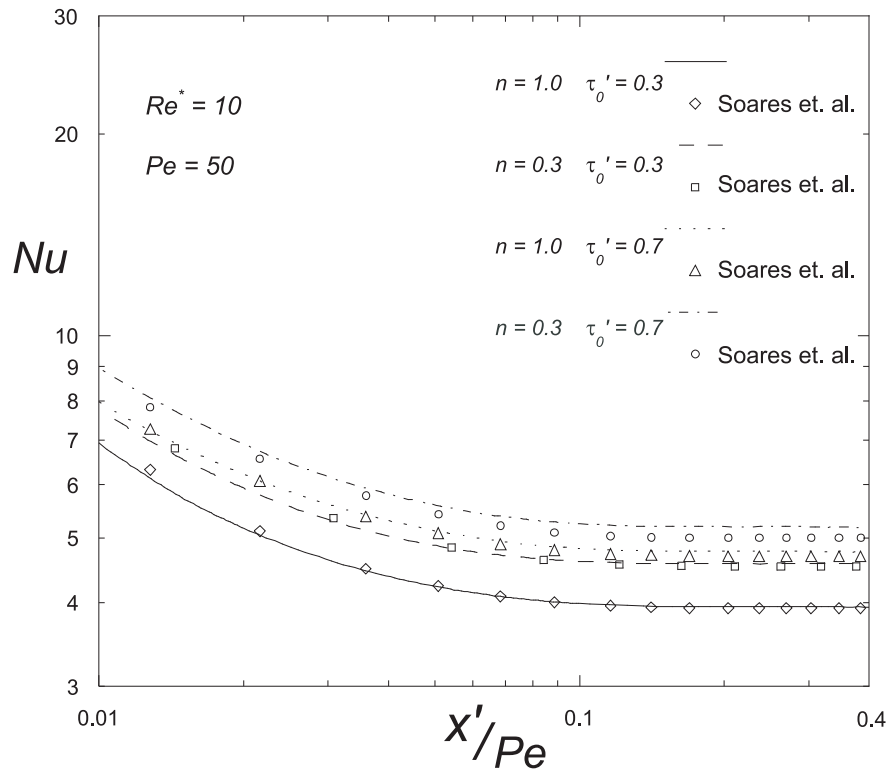


Figura 4.4: Comparação do número de Nusselt - T_w uniforme.

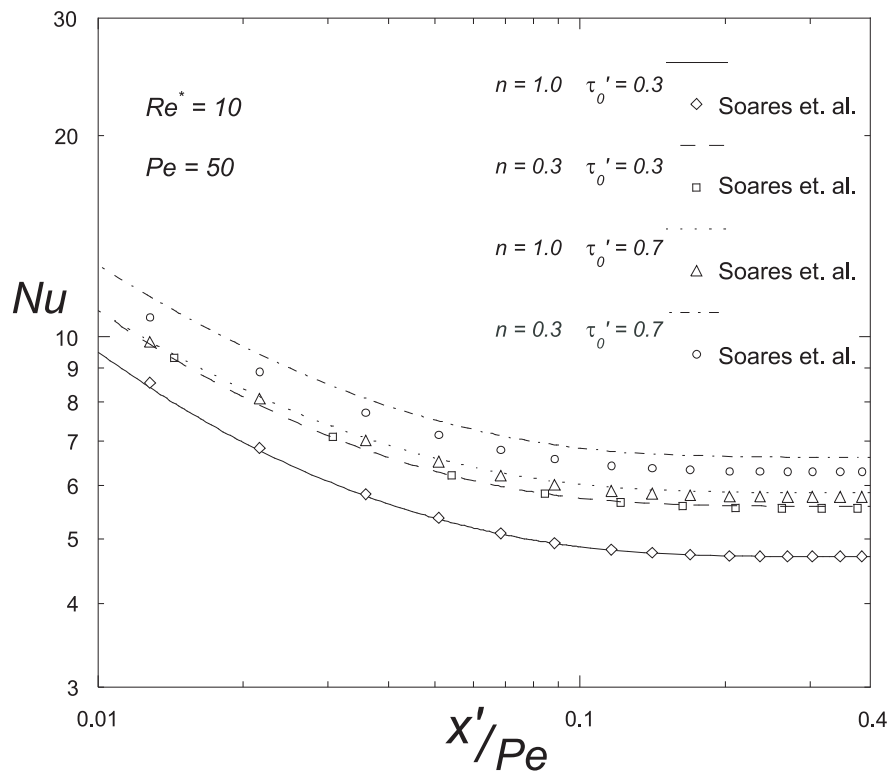


Figura 4.5: Comparação do número de Nusselt - q_w uniforme.

As Tabelas (4.1) e (4.2) apresentam uma comparação entre os resultados para a região desenvolvida do escoamento. O valor da diferença percentual entre o número de Nusselt do presente trabalho e o apresentado por Soares et. al. [1] é mostrado e as Tabelas (4.1) e (4.2) confirmam que esta diferença aumenta a medida em que há o afastamento da condição de fluido newtoniano.

Tabela 4.1: Comparação do número de Nusselt para a região desenvolvida, $x'/Pe = 0.4$, $Re^* = 10$, $Pe = 50$ e T_w uniforme.

		$Nu_{pres. trab.}$	$Nu_{Soares et. al. [1]}$	Dif. percent. Nu%
$n = 1$	$\tau'_0 = 0,3$	3,94	3,80	0,25
$n = 0,3$	$\tau'_0 = 0,3$	4,58	4,53	0,88
$n = 1$	$\tau'_0 = 0,7$	4,77	4,69	1,47
$n = 0,3$	$\tau'_0 = 0,7$	5,19	5,00	3,66

Tabela 4.2: Comparação do número de Nusselt para a região desenvolvida, $x'/Pe = 0.4$, $Re^* = 10$, $Pe = 50$ e q_w uniforme.

		$Nu_{pres. trab.}$	$Nu_{Soares et. al. [1]}$	Dif. percent. Nu%
$n = 1$	$\tau'_0 = 0,3$	4,70	4,70	0,00
$n = 0,3$	$\tau'_0 = 0,3$	5,59	5,54	0,89
$n = 1$	$\tau'_0 = 0,7$	5,86	5,77	1,54
$n = 0,3$	$\tau'_0 = 0,7$	6,61	6,3	4,69

4.2 Resultados Para a Condição de Contorno de Gradiente de Temperatura Constante

Nesta seção são apresentados os resultados para a condição de contorno de gradiente de temperatura constante. Inicialmente estuda-se a região completamente desenvolvida e, posteriormente, a região do escoamento em desenvolvimento.

4.2.1 Escoamento Desenvolvido

A Figura (4.6) apresenta o perfil de velocidade adimensional de vários fluidos para a região de escoamento desenvolvido. As linhas representam as soluções analíticas e os símbolos as soluções obtidas numericamente para o perfil de velocidade. Quanto a influência dos parâmetros reológicos observa-se que o aumento da tensão limite de escoamento adimensional, τ'_0 , e a redução do índice power law, n , provocam o achatamento do perfil, aumentando os gradientes próximos a parede. O aumento do gradiente de velocidade, devido as maiores taxas de deformação, conduz ao aumento do coeficiente de transferência de calor, h .

Em relação ao erro entre a solução numérica e a exata, Equação (3.6), a Figura (4.7) mostra o erro percentual para o perfil de velocidade de um fluido de Herschel-Bulkley com $n = 0,3$ e $\tau'_0 = 0,7$. O escoamento próximo a parede é fortemente influenciado pelos parâmetros reológicos e, como esperado, apresenta um erro percentual maior comparando-se a região central do escoamento. Observa-se que, no caso mais crítico, o erro máximo é de aproximadamente 0,2%. Portanto, o resultado numérico para o perfil de velocidade na região desenvolvida é satisfatório.

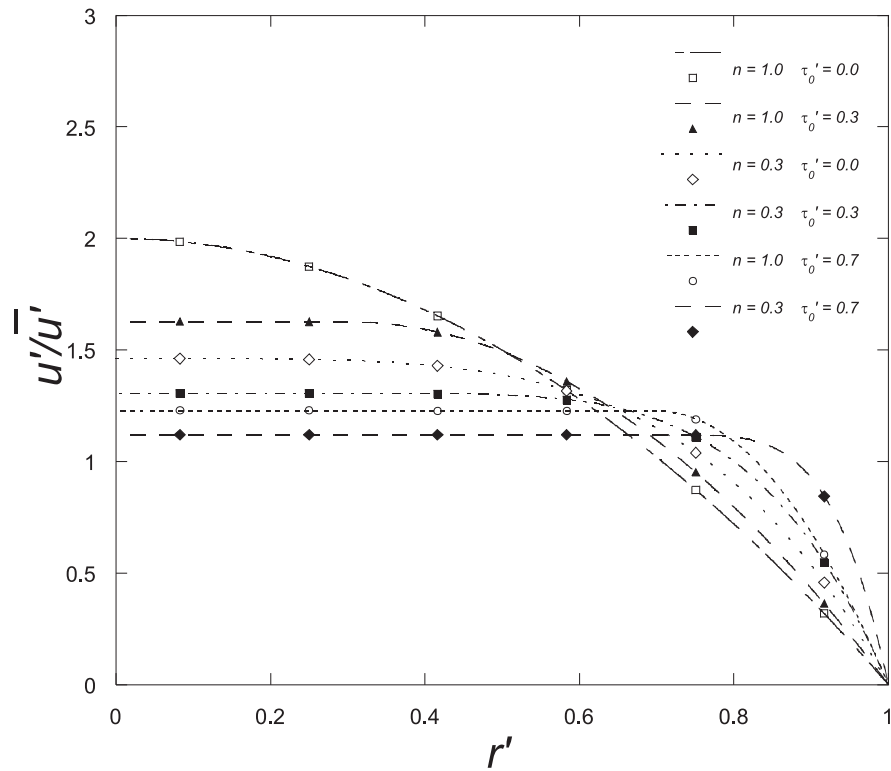


Figura 4.6: Perfil de velocidade para o escoamento desenvolvido - exato e numérico.

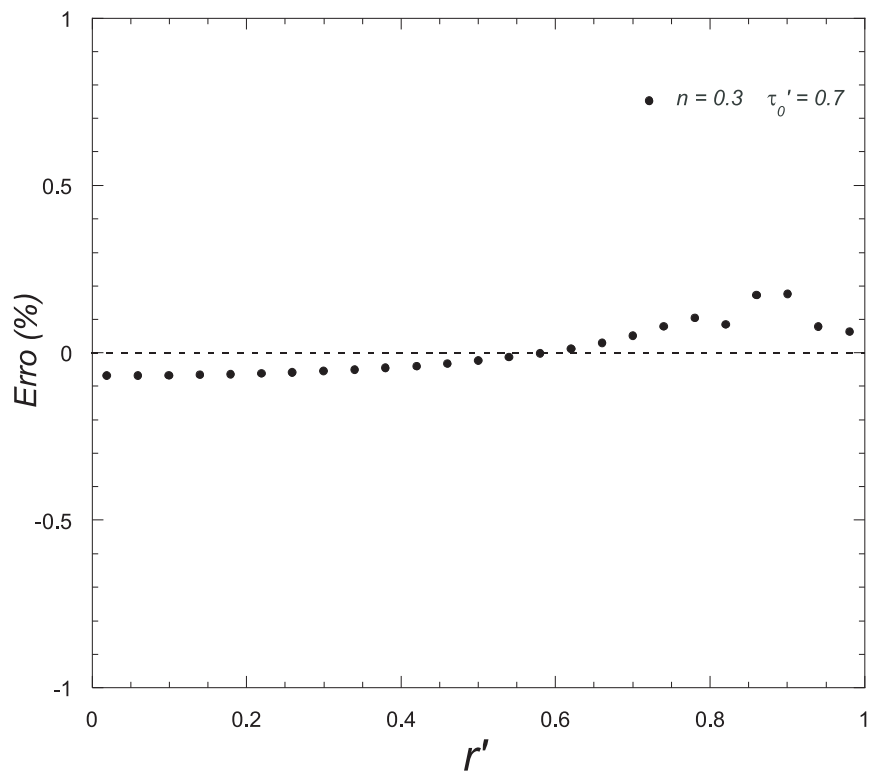


Figura 4.7: Erro percentual entre o perfil de velocidade exato e numérico para o escoamento desenvolvido

A Figura (4.8) mostra o perfil de temperatura adimensional de vários fluidos para a região de escoamento desenvolvido. O perfil de temperatura adimensional para fluido newtoniano é o mais uniforme, apresentando a menor variação ao longo do raio adimensional, r' . Neste caso, nota-se o menor gradiente de temperatura próximo a parede, o que indica menos calor transferido e, conseqüentemente, um menor coeficiente de transferência de calor, quando comparado aos fluidos não newtonianos apresentados.

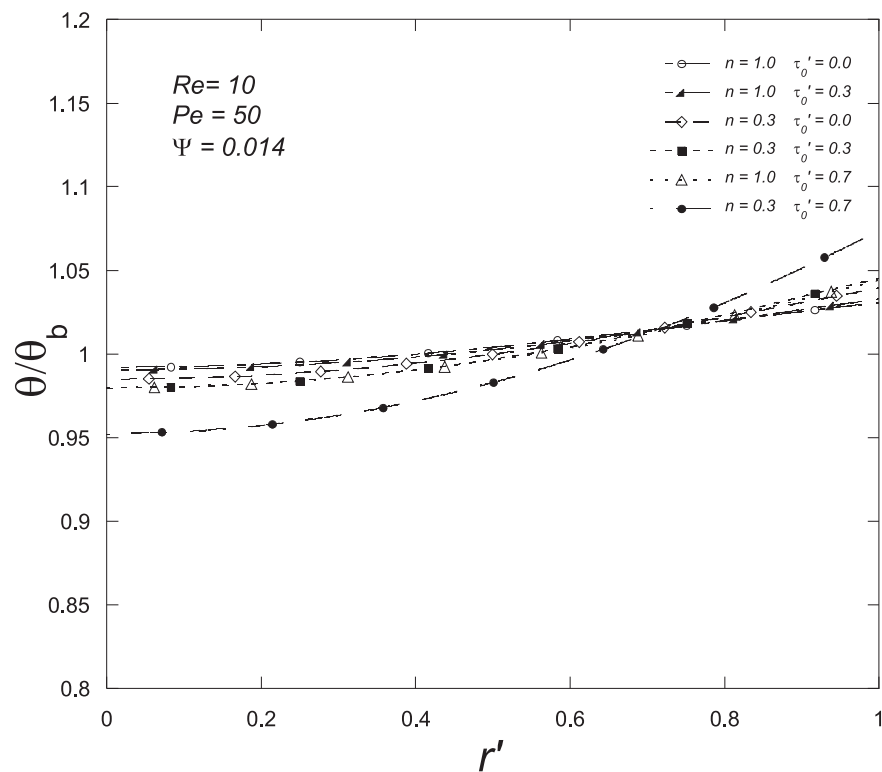


Figura 4.8: Perfil de temperatura para o escoamento desenvolvido.

4.2.2 Escoamento em Desenvolvimento

As Figuras (4.9), (4.10) e (4.11) mostram os perfis de velocidade adimensionais ao longo da região de entrada do escoamento.

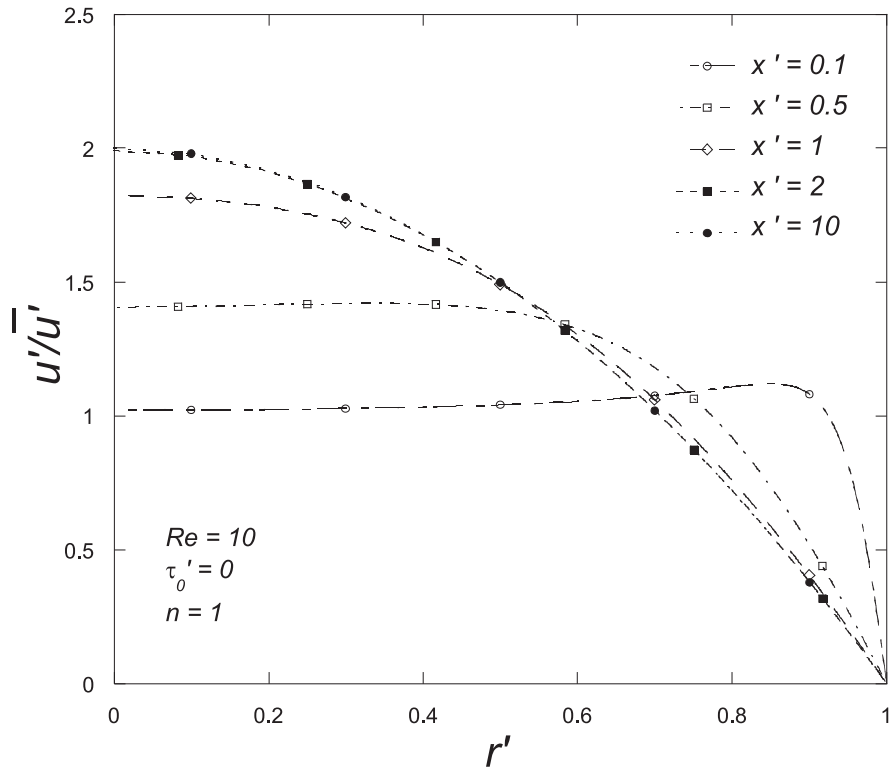


Figura 4.9: Perfis de velocidade para fluido newtoniano.

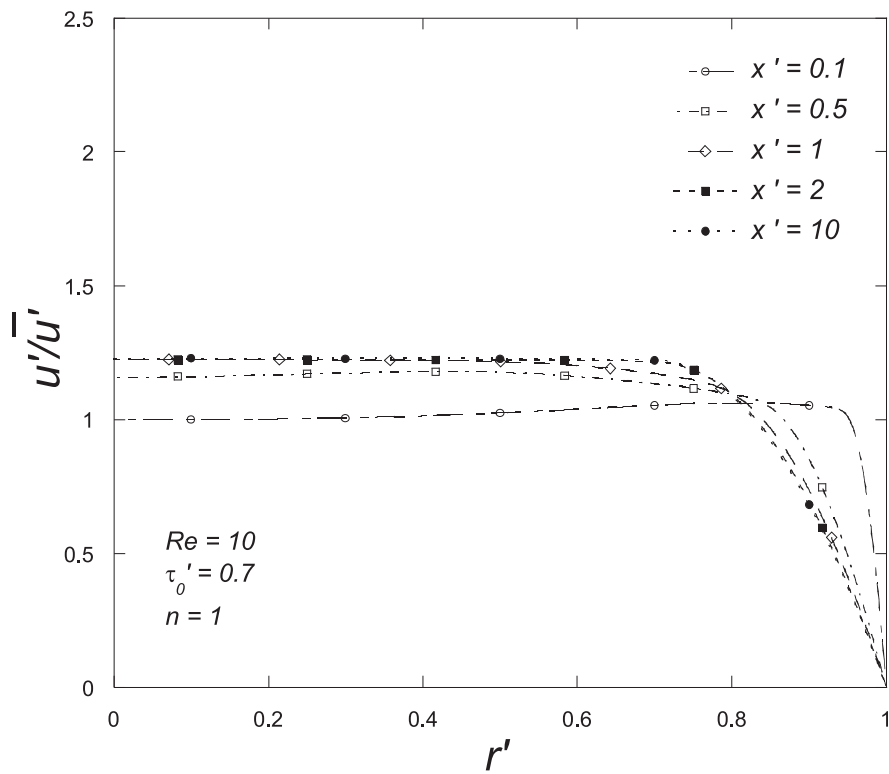


Figura 4.10: Perfis de velocidade para fluido de Bingham.

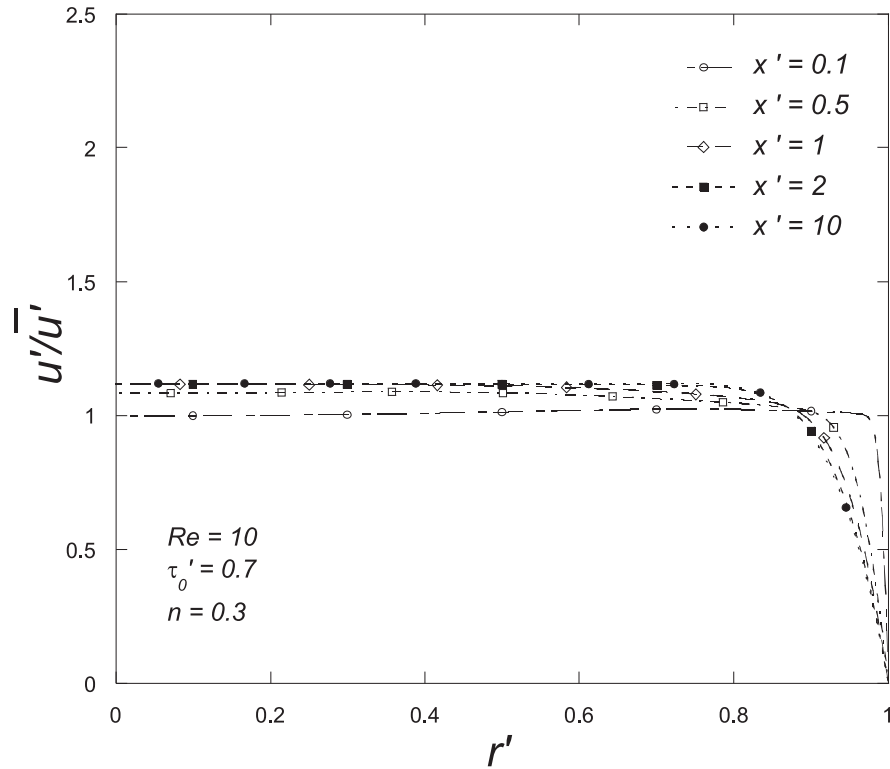


Figura 4.11: Perfis de velocidade para fluido de Herschel-Bulkley.

O fluido newtoniano é o que apresenta o maior comprimento de desenvolvimento. Conforme mostra a Figura (4.9), o perfil de velocidade é praticamente uniforme próximo a entrada, $x' = 0, 1$, e alcança o desenvolvimento hidrodinâmico em, aproximadamente, $x' = 2$. No caso dos fluidos de Bingham e Herschel-Bulkley, Figuras (4.10) e (4.11), respectivamente, observa-se que a forma do perfil se altera bem pouco em relação a condição uniforme da entrada e o comprimento de desenvolvimento é menor e é alcançado em, aproximadamente, $x' = 1$.

As Figuras (4.12) e (4.13) mostram os perfis de temperatura adimensionais para um fluido de Herschel-Bulkley sob a condição de contorno de gradiente de temperatura constante com $\Psi = 0.0035$ e $\Psi = 0.014$, respectivamente. O desenvolvimento térmico do escoamento é influenciado pelo parâmetro Ψ . No caso de $\Psi = 0,0035$, Figura (4.12), o comprimento de desenvolvimento térmico é maior do que para $\Psi = 0,014$, Figura (4.13). Investiga-se, na próxima seção, a influência de Ψ e a mudança de comportamento do perfil de temperatura adimensional.

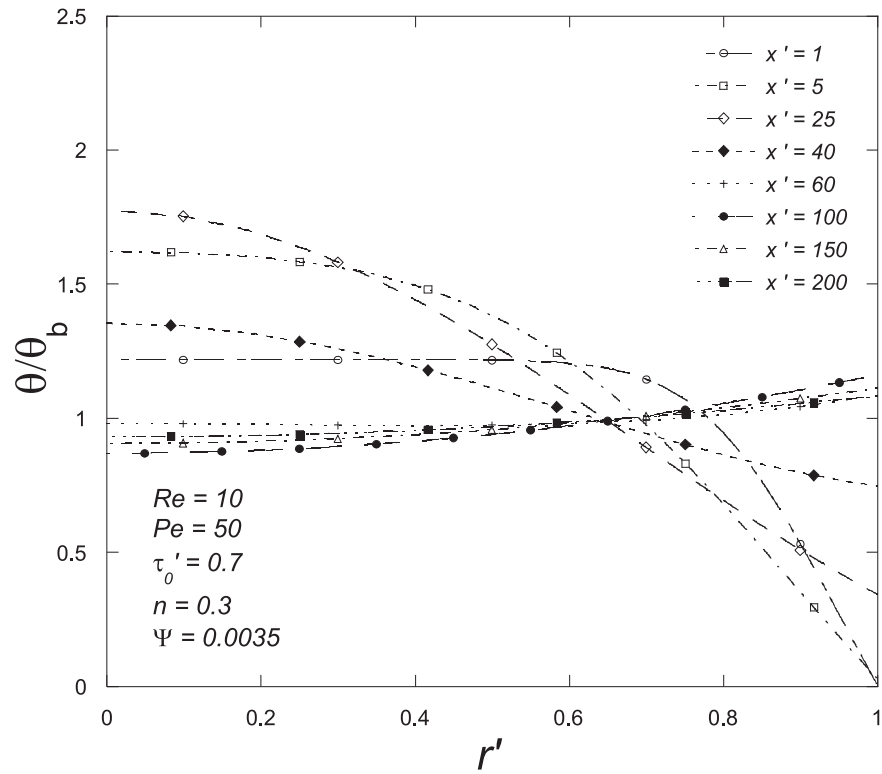


Figura 4.12: Perfis de temperatura para fluido de Herschel-Bulkley - $\Psi = 0.0035$.

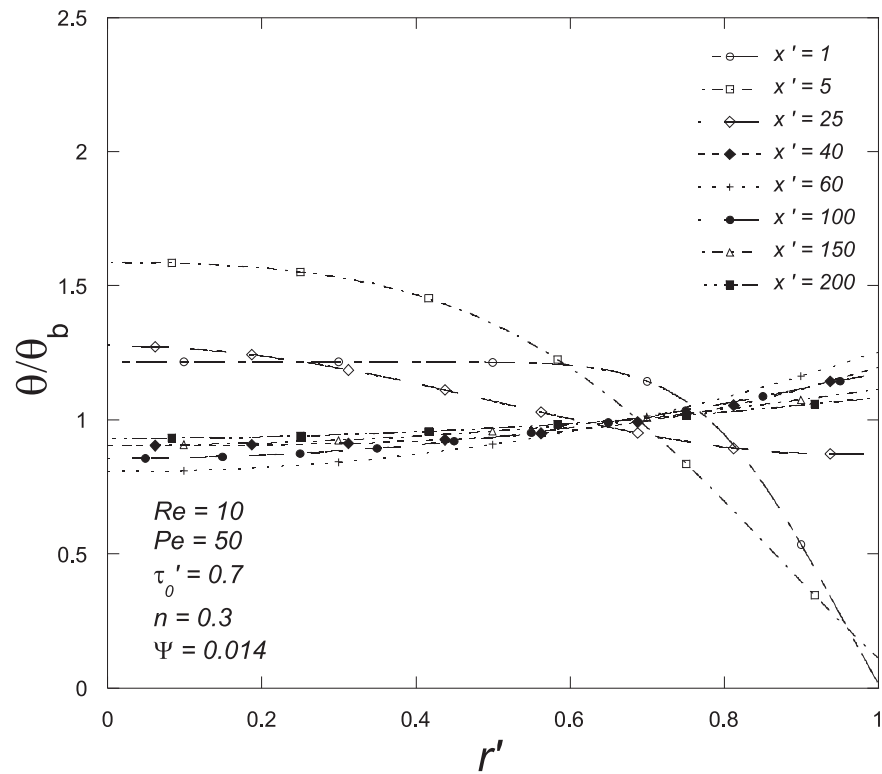


Figura 4.13: Perfis de temperatura para fluido de Herschel-Bulkley - $\Psi = 0.014$.

4.2.3 Número de Nusselt

Nesta seção são apresentados e discutidos os resultados para o número de Nusselt sob a condição de contorno de gradiente de temperatura constante.

Ao analisar o escoamento de um fluido submetido, ora à condição de contorno de temperatura uniforme, ora à condição de fluxo de calor uniforme, observa-se que o número de Nusselt para a condição de temperatura uniforme é menor do que o para a de fluxo de calor uniforme. Logo, a condição de contorno na parede é determinante no estudo do número de Nusselt. No caso da condição de contorno de gradiente de temperatura constante, o parâmetro Ψ influencia o comportamento do número de Nusselt ao longo do escoamento.

Na Figura (4.14) é mostrado o desenvolvimento de um escoamento com fluido newtoniano, considerando $\Psi > 0$. A Figura apresenta a evolução dos perfis de temperatura adimensionais, θ_p , onde $\theta_p = \theta/\theta_w$. A temperatura em cada perfil é expressa por $\theta_p = 1 + 0,0625 \times \Delta x'$ e a temperatura adimensional, θ , é obtida no gráfico em função de $\Delta x'$, que é a diferença entre as posições do ponto analisado e do ponto de origem do perfil, e em função de θ_w , conforme mostra a Figura (4.14).

Além disso, a análise da região de entrada é descrita por meio do desenvolvimento das temperaturas adimensionais na parede e de "bulk", $\theta_w(x)$ e $\theta_b(x)$, da derivada da temperatura adimensional ao longo da parede, $d\theta/dr$, e do número de Nusselt, Nu . Em todos os casos onde $\Psi > 0$ é observado a mudança no comportamento do perfil de temperatura adimensional a medida em que o escoamento evolui pela região de entrada. Isto é devido a mudança no sentido da transferência de calor que, em um primeiro momento, acontece do fluido para a parede, ou seja, o fluido perde calor, e, em um segundo momento, acontece da parede para o fluido, ou seja, o fluido recebe calor. O momento em que ocorre a mudança no sentido da transferência de calor é definido no presente trabalho como um ponto crítico onde, momentaneamente, não há transmissão de calor.

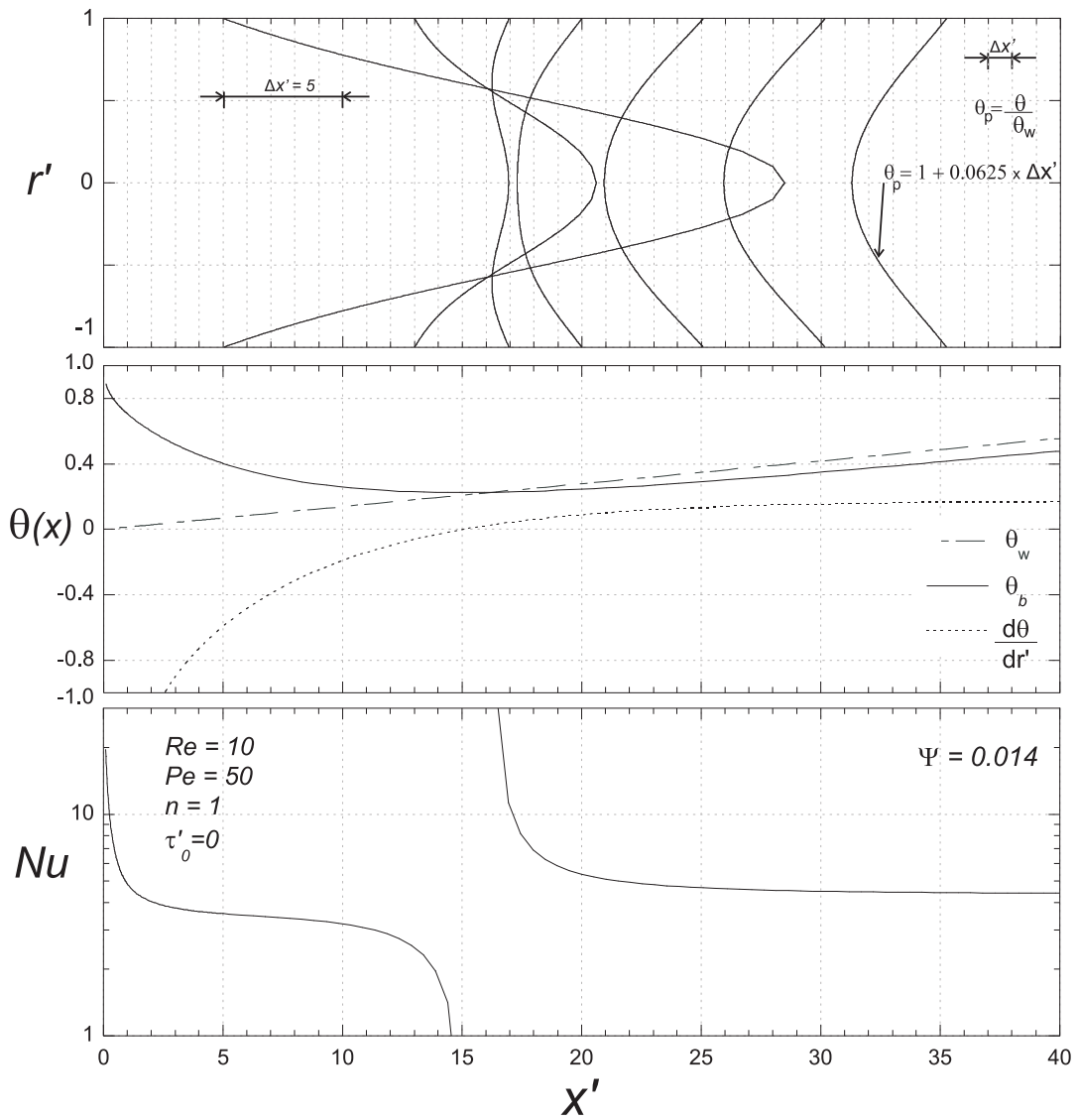


Figura 4.14: Desenvolvimento dos perfis de temperatura para fluido newtoniano - $\Psi > 0$.

O modelo adotado para o número de Nusselt deve ser devidamente interpretado quando aplicado aos casos em que $\Psi > 0$, ou seja, quando há o ponto crítico. Observa-se na Figura (4.14) que este modelo não descreve corretamente o comportamento do escoamento. Em, aproximadamente, $x' = 15$, nota-se que $d\theta/dr = 0$, ou seja, pela Equação (2.52) tem-se $Nu = 0$. A descontinuidade da curva acontece quando o número de Nusselt tende ao infinito negativamente e positivamente. Exatamente na posição em que há o ponto crítico, nota-se que $d\theta/dr$ é não nulo e as temperaturas da parede e do fluido se igualam. Logo, em congruência à Equação (2.52), o Nu

apresenta o comportamento observado na Figura (4.14).

É claro que o comportamento da curva de Nusselt, quando $\Psi > 0$, não é físico, pois em nenhum momento o número de Nusselt tende ao infinito, pelo contrário, por não haver transferência de calor no ponto crítico o valor do número de Nusselt é zero.

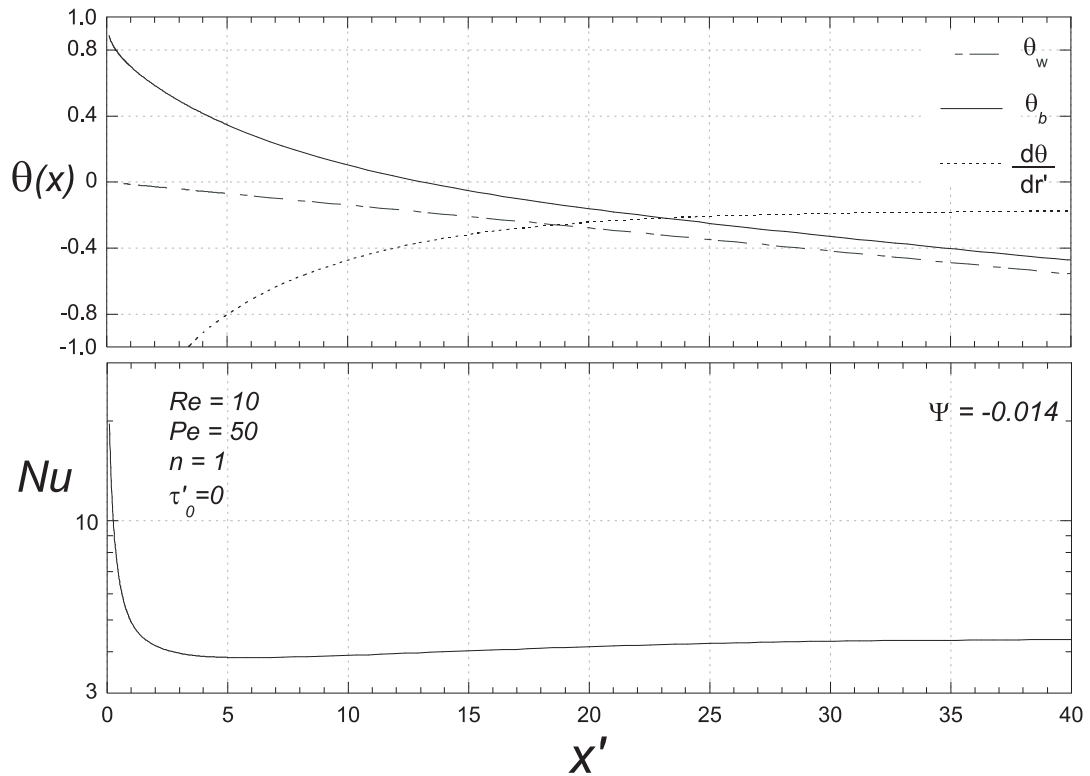


Figura 4.15: Desenvolvimento dos perfis de temperatura para fluido newtoniano - $\Psi < 0$.

A Figura (4.15) apresenta o desenvolvimento de um escoamento com fluido newtoniano. São considerados os mesmos parâmetros da Figura (4.14), porém com $\Psi < 0$. Observa-se que na entrada a temperatura do fluido é maior do que a temperatura da parede. A temperatura da parede decresce linearmente ao longo do escoamento e, conseqüentemente, o fluido perde calor. Quando o escoamento alcança a condição de totalmente desenvolvido, a diferença entre as temperaturas do fluido e da parede tende a um valor constante. Este comportamento é esperado pois garante o balanço de energia entre o fluido e o contorno, ou seja, a quantidade de energia que deixa o fluido é igual a que entra no contorno. Como não há geração e nem acúmulo de energia, tem-se

um fluxo de calor constante devido a diferença de temperaturas entre o fluido e a parede na região desenvolvida. Este fluxo de calor constante faz com que o número de Nusselt para a condição de contorno de gradiente de temperatura constante seja, na região desenvolvida do escoamento, o mesmo valor obtido quando é considerada a condição de contorno de fluxo de calor uniforme.

As curvas do número de Nusselt, apresentadas nas Figuras (4.14) e (4.15), mostram que $Nu = 4,36$ na região desenvolvida do escoamento com fluido newtoniano, que é exatamente o valor do número de Nusselt completamente desenvolvido para o caso da condição de contorno de fluxo de calor uniforme.

4.2.3.1 Solução Exata de Kays [12] Para o Caso Newtoniano Hidrodinamicamente Desenvolvido

Kays [12] apresenta uma solução exata para o número de Nusselt ao longo da região de entrada de tubos sob efeito do gradiente constante de temperatura na parede. Em sua análise, o autor considera o escoamento de fluido newtoniano hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento. As Figuras (4.16) e (4.17) mostram uma comparação entre as soluções para o número de Nusselt obtido no presente trabalho e as soluções exatas de Kays [12] para o caso newtoniano.

A consideração de escoamento hidrodinamicamente desenvolvido faz com que o número de Nusselt seja menor próximo a entrada do tubo, quando comparado ao caso que considera o desenvolvimento hidrodinâmico e térmico. Após o desenvolvimento hidrodinâmico em, aproximadamente, $x' = 1$, as soluções do presente trabalho e as obtidas por Kays [12] concordam bem, como mostram as Figuras (4.16) e (4.17).

A Figura (4.16) aborda o caso em que $\Psi > 0$. A solução de Kays recuperou exatamente o comportamento do número de Nusselt. Observa-se que há o ponto crítico e, desta forma, a solução perde o significado físico, como mencionado por Kays [12] em seu trabalho.

A Figura (4.17) apresenta a solução para o caso em que $\Psi < 0$. Mais uma vez a solução analítica apresentada Kays [12] recuperou os resultados obtidos no presente trabalho.

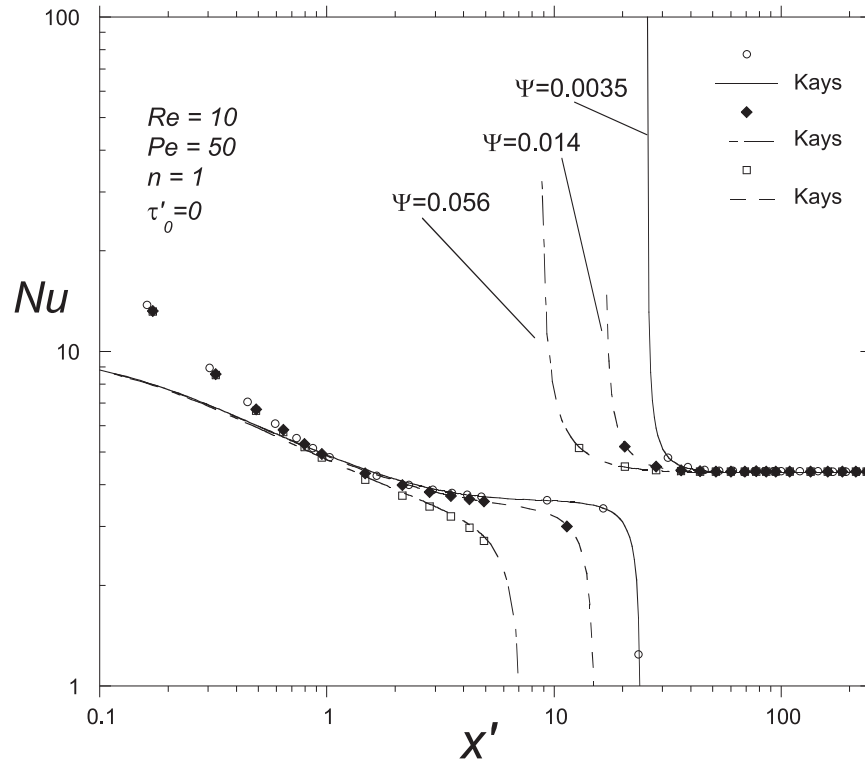


Figura 4.16: Comparação com a solução de Kays [12] - $\Psi > 0$.

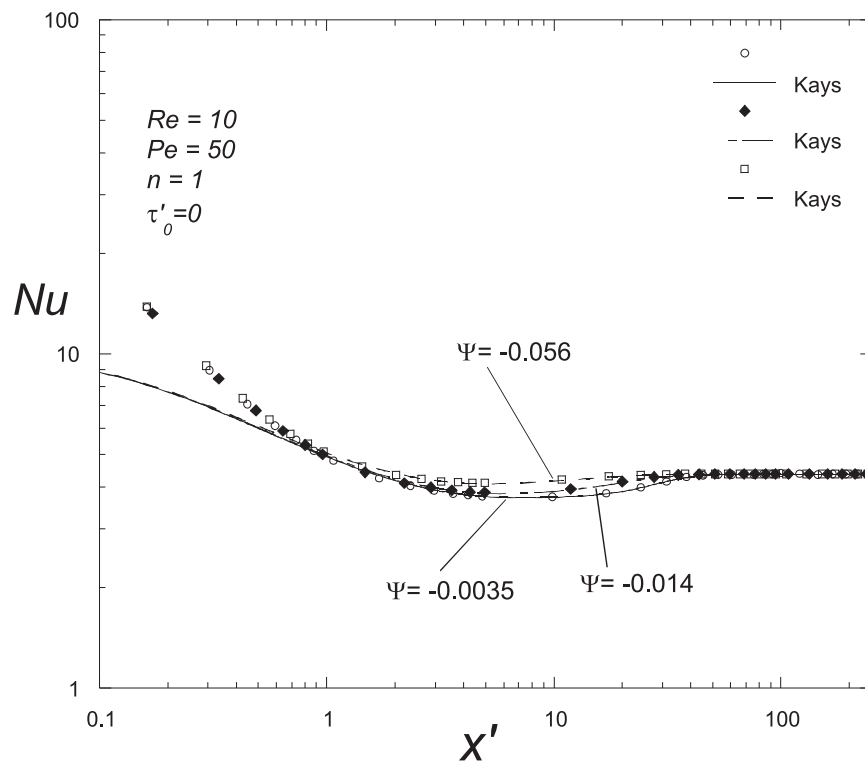


Figura 4.17: Comparação com a solução de Kays [12] - $\Psi < 0$.

4.2.3.2 Efeito da Condição de Contorno Sobre o Número de Nusselt

As Figuras (4.18), (4.19), (4.20), (4.21) e (4.22) mostram o número de Nusselt ao longo da região de entrada para as condições de contorno de temperatura e fluxo de calor uniformes e gradiente de temperatura constante, dT_w/dx . A condição de gradiente de temperatura constante é analisada por meio do parâmetro Ψ , que é o número adimensional para esta condição de contorno.

A partir da análise das Figuras observa-se que o número adimensional para a condição de contorno gradiente de temperatura constante, Ψ , influencia diretamente o comportamento do escoamento. Quanto menor o valor do parâmetro Ψ , mais para a direita encontra-se o ponto crítico, que é o ponto onde ocorre a descontinuidade na curva do número de Nusselt e, além disso, nota-se que o número de Nusselt para a condição de escoamento desenvolvido é alcançado em um maior comprimento, x' , quando comparado aos escoamentos sujeitos a valores maiores de Ψ .

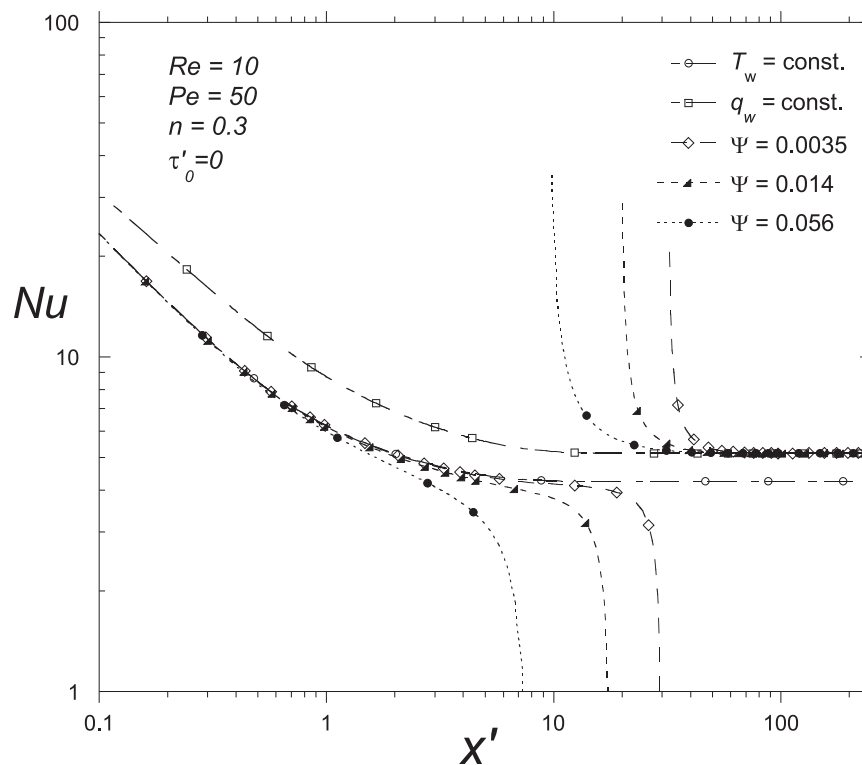


Figura 4.18: $Nu(x')$ para fluido power-law, $n = 0.3$.

Observa-se a existência de dois patamares bem definidos. Antes do ponto crítico, as

curvas de Nusselt para a condição de $dT_w/dx = cte$ tendem a se comportar de acordo com a condição $T_w = cte$. Após o ponto crítico, as curvas tendem a condição de $q_w = cte$.

Na região próxima da entrada há uma troca de calor mais acentuada, caracterizada pelo maior coeficiente de convecção. Além disso, o gradiente de temperatura na parede é bem menor do que o gradiente de temperatura observado no fluido. Em outras palavras, apesar de a temperatura da parede variar muito pouco na região próxima da entrada, há uma grande variação de temperatura no fluido. Logo, o comportamento do escoamento é quase análogo ao caso da condição de temperatura constante na parede. Por outro lado, ao afastar-se da entrada, região após o ponto crítico e próxima a condição de escoamento desenvolvido, observa-se que a diferença entre os gradientes de temperatura na parede e no fluido tendem a um valor constante, o que caracteriza um comportamento próximo ao observado no caso da condição de contorno de fluxo de calor constante.

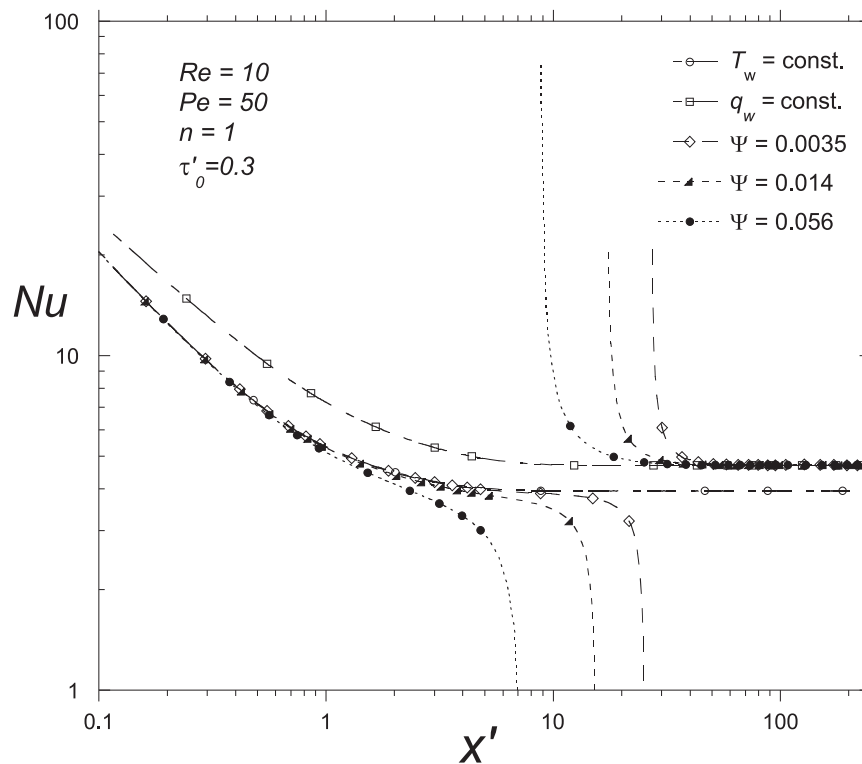


Figura 4.19: $Nu(x')$ para fluido de Bingham, $\tau'_0 = 0.3$.

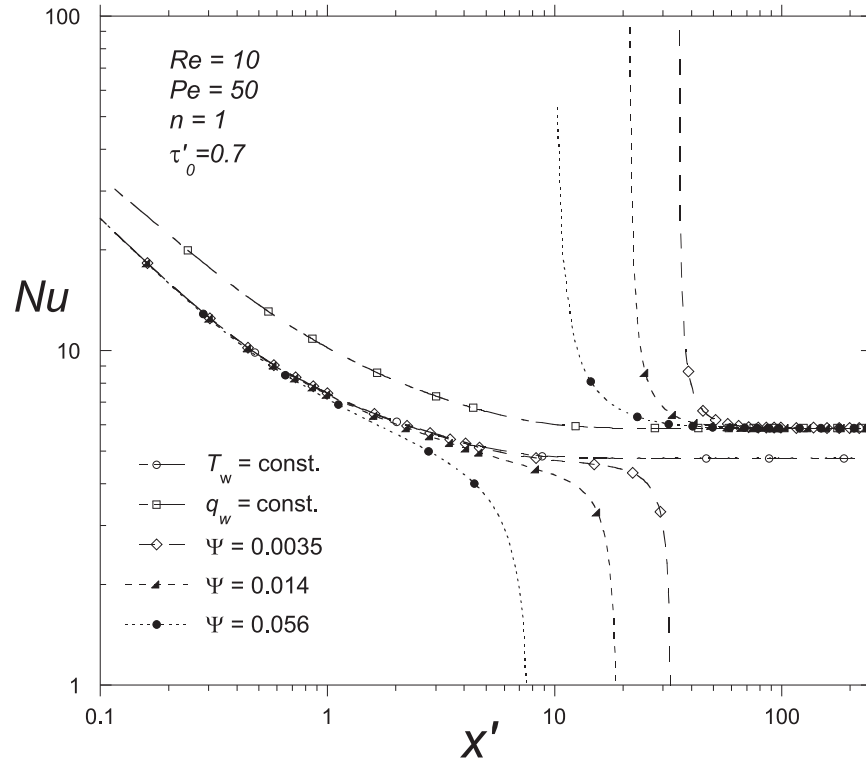


Figura 4.20: $Nu(x')$ para fluido de Bingham, $\tau'_0 = 0.7$.

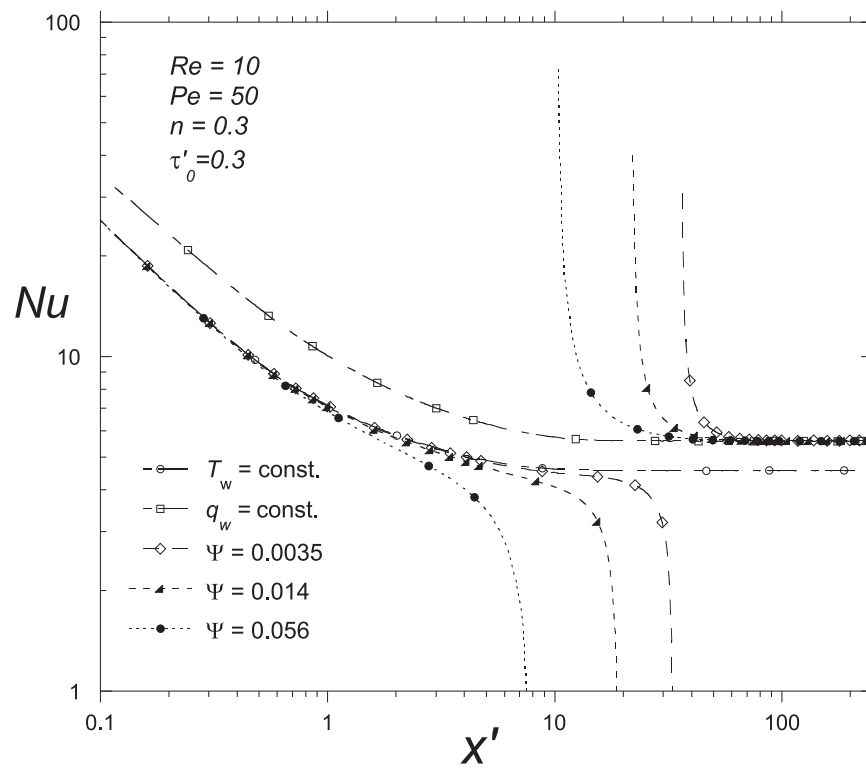


Figura 4.21: $Nu(x')$ para fluido de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.3$.

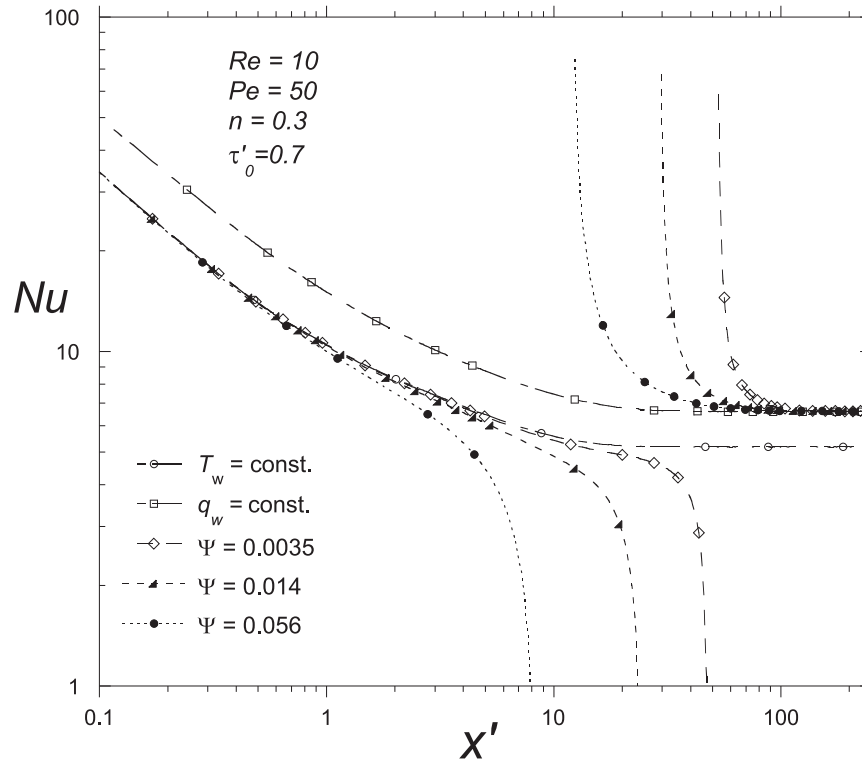


Figura 4.22: $Nu(x')$ para fluido de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$ e $\tau'_0 = 0.7$.

4.2.3.3 Efeito dos Parâmetros Reológicos Sobre o Número de Nusselt

As Figuras (4.23) e (4.24) apresentam a variação do número de Nusselt ao longo do comprimento adimensional, x' , para várias combinações dos parâmetros reológicos n e τ'_0 . O ponto onde as temperaturas da parede e do fluido se igualam, denominado de ponto crítico pelo presente trabalho, também é influenciado pelos parâmetros reológicos. As Figuras (4.23) e (4.24) mostram que para as condições de escoamento de $Re = 10$, $Pe = 50$ e $\Psi = 0,007$, o ponto crítico fica delimitado entre, aproximadamente, $x' = 20$ e $x' = 40$.

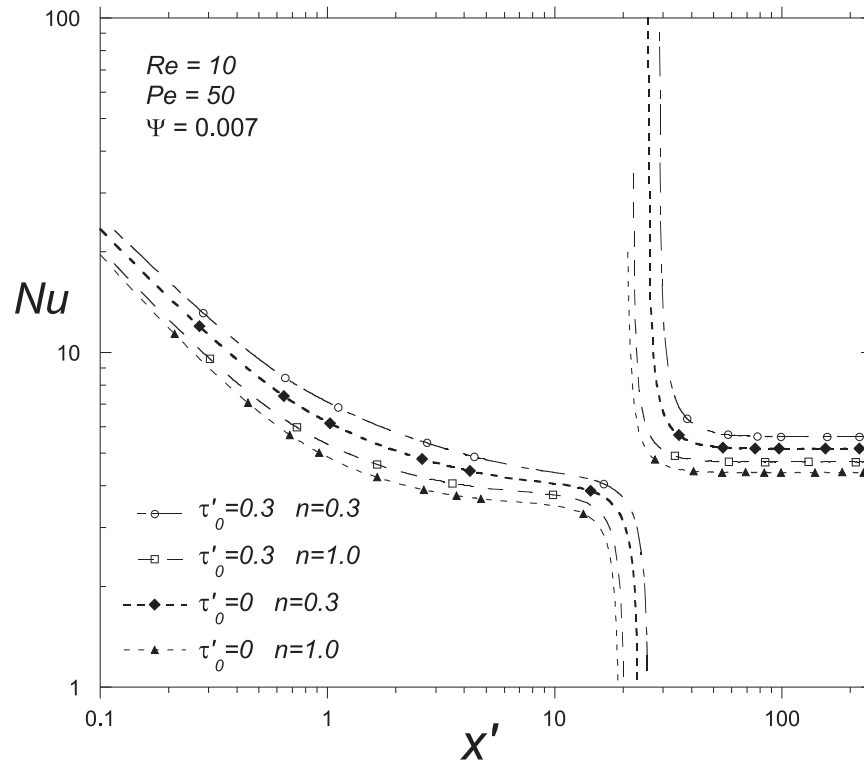


Figura 4.23: Influência dos parâmetros reológicos sobre o $Nu(x')$, $n = 0.3$ e 1.0 e $\tau'_0 = 0$ e 0.3 .

A redução do parâmetro n e o aumento do τ'_0 evidenciam os efeitos viscoplásticos nos fluidos, o que difere o comportamento destes em relação aos fluidos newtonianos, quando em escoamento. O fluido de Herschel-Bulkley com $n = 0,3$ e $\tau'_0 = 0,7$ é o que apresenta o maior valor para o número de Nusselt ao longo do escoamento pela região de entrada. Por outro lado, o fluido newtoniano é o que apresenta o menor valor para o número de Nusselt. À medida que os fluidos se afastam do comportamento newtoniano, observa-se o achatamento do perfil de velocidade e, desta forma, há um aumento dos gradientes de velocidade próximos a parede, elevando o valor do coeficiente de transferência de calor e, conseqüentemente, o número de Nusselt. A Figura (4.25) mostra o Nusselt completamente desenvolvido, Nu_{fd} , em função dos parâmetros reológicos n e τ'_0 . Os resultados obtidos numericamente estão representados pelos símbolos, enquanto que as curvas resultam de uma aproximação polinomial. A leitura aproximada do Nu_{fd} para casos que não foram obtidos numericamente se torna possível por meio da análise da Figura (4.25).

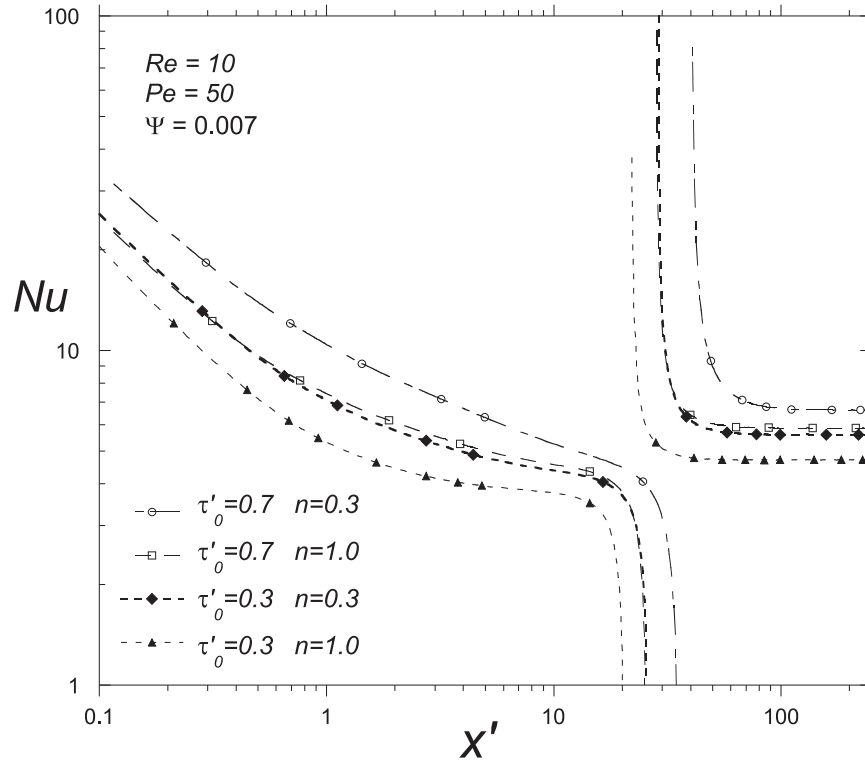


Figura 4.24: Influência dos parâmetros reológicos sobre o $Nu(x')$, $n = 0.3$ e 1.0 e $\tau'_0 = 0.3$ e 0.7 .

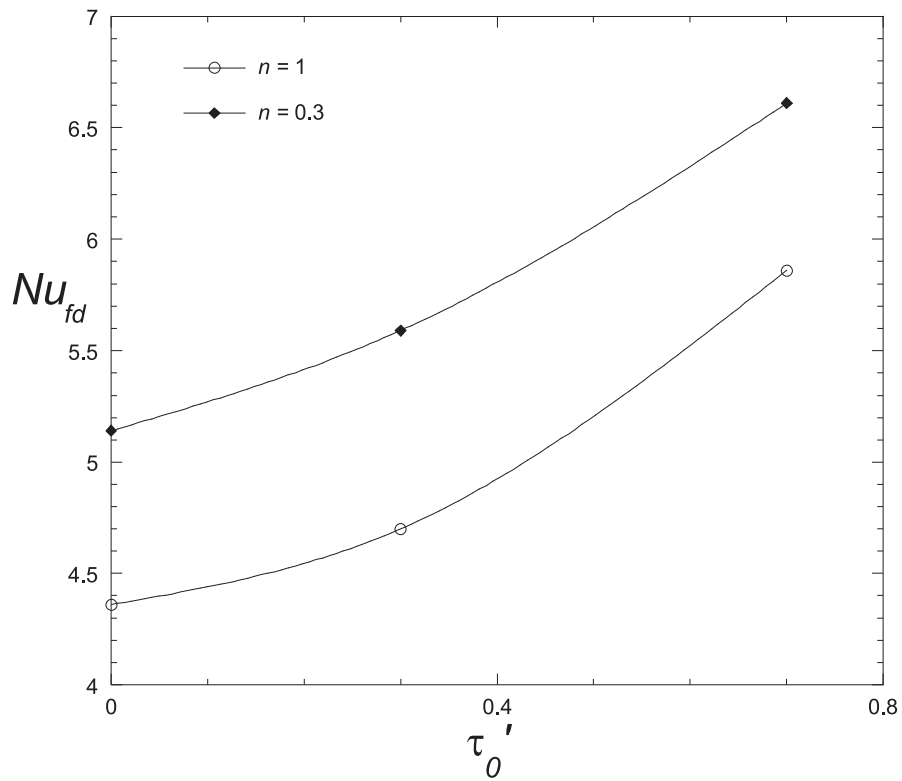


Figura 4.25: Número de Nusselt para o escoamento completamente desenvolvido.

4.2.3.4 Influência dos Adimensionais Reynolds e Peclet Sobre o Número de Nusselt

A Tabela (4.3) mostra o número de Nusselt, Nu , e o Nusselt médio, \overline{Nu} , para fluidos newtonianos ao longo do comprimento de entrada, expressos em função de x' com $Re = 10$ e $Pe = 50$. Nos casos cujas condições de contorno são $T_w = cte$ e $q_w = cte$, nota-se que em $x' = 10$ os escoamentos estão completamente desenvolvidos. Observa-se que, quantitativamente, para as condições de contorno são $T_w = cte$ e $q_w = cte$, o número de Nusselt para o escoamento completamente desenvolvido, Nu_{fd} , é menor do que o Nusselt médio do respectivo escoamento. Enquanto $\overline{Nu} = 4,18$, o $Nu_{fd} = 3,67$ para a condição de contorno de $T_w = cte$, e para a condição de contorno de $q_w = cte$ nota-se que $\overline{Nu} = 5,20$ e $Nu_{fd} = 4,36$. Kays [12] apresenta o Nusselt médio para o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido e termicamente em desenvolvimento. Em $x' = 10$, Kays [12] mostra que o $Nu_{fd} = 3,66$ e $\overline{Nu} = 4,16$ para a condição de contorno de $T_w = cte$.

Quando se observam os casos sujeitos a condição de gradiente de temperatura constante, $dT_w/dx = cte$, nota-se que não há dependência do Nu_{fd} em relação ao parâmetro Ψ pois $Nu_{fd} = 4,36$ em todos os casos. Porém, o \overline{Nu} cresce à medida em que o valor de Ψ aumenta (em módulo) sendo, portanto, uma função deste parâmetro. Analisando-se a Tabela (4.3) observa-se que, para $\Psi = -0,0035$, o $\overline{Nu} = 4,12$ e o $Nu_{fd} = 4,36$ e para $\Psi = -0,056$, o $\overline{Nu} = 4,38$ e o $Nu_{fd} = 4,36$. Logo, conclui-se que, diferente dos casos das condições de contorno são $T_w = cte$ e $q_w = cte$, o \overline{Nu} pode ser maior ou menor do que o Nu_{fd} , dependendo do valor do parâmetro térmico Ψ .

A Tabela (4.4) apresenta o \overline{Nu} para os escoamentos com $Re = 10$ e $Pe = 500$. Comparando aos resultados apresentados na Tabela (4.3) para os casos sujeitos a $T_w = cte$ e $q_w = cte$, observa-se que o comprimento necessário ao desenvolvimento do escoamento aumenta com $Pe = 500$. A Figura (4.26) mostra uma comparação do número de Nusselt entre os fluidos

newtonianos com $Pe = 50$ e $Pe = 500$. Conclui-se que a região de entrada é afetada pelo número de Peclet, o que justifica o maior valor do \overline{Nu} para os casos sujeitos a $Pe = 500$.

Tabela 4.3: Número de Nusselt médio para fluidos newtonianos com $Re = 10$ e $Pe = 50$.

x'	T_{cte}		q_{cte}		$\Psi = -0,0035$		$\Psi = -0,014$		$\Psi = -0,056$	
	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}
5	3,71	4,55	4,53	5,99	3,75	4,67	3,84	4,72	4,11	4,91
10	3,67	4,18	4,36	5,20	3,74	4,20	3,90	4,30	4,20	4,53
20	3,67	3,91	4,36	4,78	3,90	4,00	4,15	4,16	4,33	4,40
30	3,67	3,83	4,36	4,64	4,14	4,01	4,30	4,19	4,36	4,38
40	3,67	3,79	4,36	4,57	4,30	4,06	4,36	4,22	4,36	4,38
50	3,67	3,77	4,36	4,53	4,36	4,12	4,36	4,25	4,36	4,38
60	3,67	3,76	4,36	4,51	4,36	4,17	4,36	4,28	4,36	4,38

Tabela 4.4: Número de Nusselt médio para fluidos newtonianos com $Re = 10$ e $Pe = 500$.

x'	T_{cte}		q_{cte}		$\Psi = -0,0035$		$\Psi = -0,014$		$\Psi = -0,056$	
	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}	Nu	\overline{Nu}
10	4,86	6,70	6,16	8,96	4,96	6,76	5,21	6,92	5,84	7,40
30	3,90	5,05	4,82	6,50	4,10	5,17	4,47	5,45	5,02	6,01
50	3,72	4,55	4,52	5,76	3,99	4,71	4,38	5,04	4,76	5,56
100	3,67	4,12	4,37	5,09	4,08	4,37	4,37	4,70	5,52	5,09
300	3,67	3,82	4,37	4,61	4,35	4,29	4,37	4,48	4,38	4,64
400	3,67	3,78	4,37	4,55	4,37	4,31	4,37	4,46	4,37	4,58
500	3,67	3,76	4,37	4,51	4,37	4,32	4,37	4,44	4,37	4,54

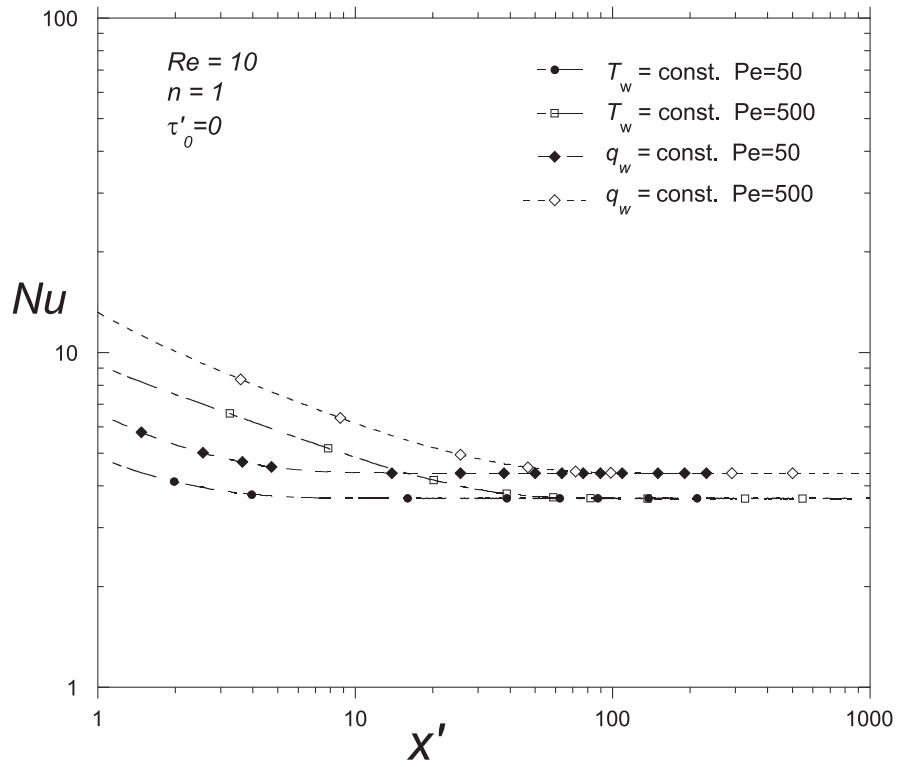


Figura 4.26: $Nu(x')$ para fluido newtoniano, $T_w = cte$ e $q_w = cte$, $Re = 10$, $Pe = 50$ e $Pe = 500$.

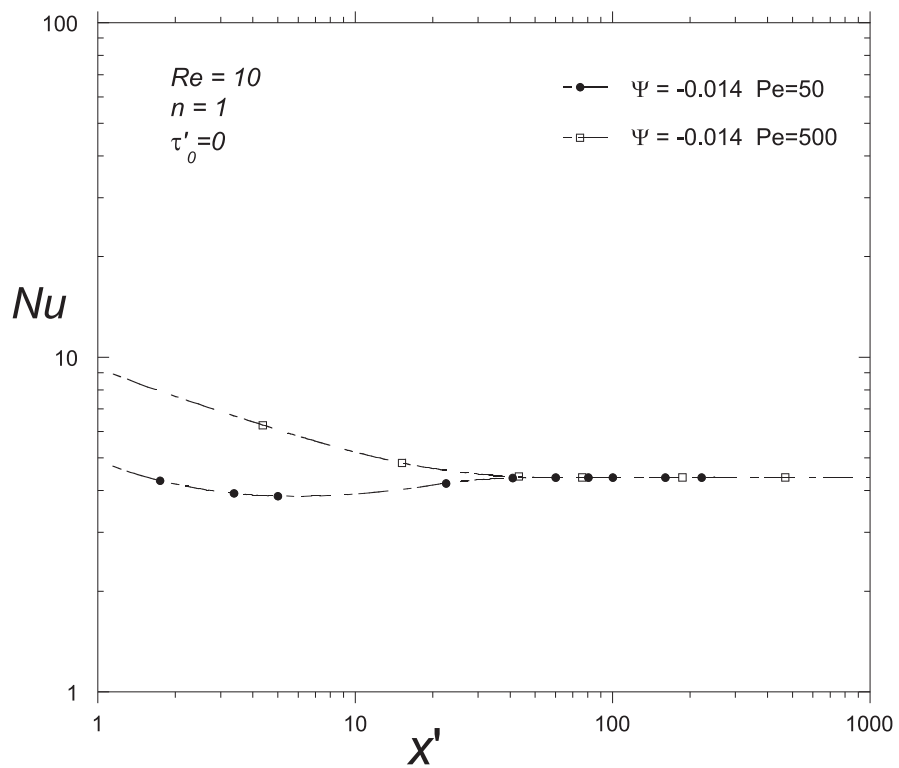


Figura 4.27: $Nu(x')$ para fluido newtoniano, $\Psi = -0,014$, $Re = 10$, $Pe = 50$ e $Pe = 500$.

Os resultados para a condição de $dT_w/dx = cte$ apresentam um comportamento similar sendo maior o Nusselt médio para os casos com $Pe = 500$ em relação aos escoamentos com $Pe = 50$. A Figura (4.27) mostra uma comparação entre os escoamentos sujeitos a $\Psi = -0,014$, com $Pe = 50$ e $Pe = 500$. Nota-se que o Nu para caso com $Pe = 500$ é maior ao longo da região de entrada e, conseqüentemente, o \overline{Nu} é maior, conforme se observa na Tabela (4.4).

A Tabela (4.5) apresenta os valores de Nu_{fd} para as condições de $T_w = cte$, $q_w = cte$ e $dT_w/dx = cte$. Além disso é mostrado o comprimento térmico adimensional de entrada, X'_{fd} , para as condições de escoamento de $Pe = 50$ e $Pe = 500$. Nota-se que nos casos cujas condições de contorno são $T_w = cte$ e $q_w = cte$, o X'_{fd} para os escoamentos com $Pe = 500$ são aproximadamente 10 vezes maiores do que os escoamentos com $Pe = 50$. Nos casos com $dT_w/dx = cte$, os escoamentos com $Pe = 500$ são de 7 a 8 vezes maiores do que os escoamentos com $Pe = 50$.

O comprimento térmico adimensional de entrada, X'_{fd} , em função do grupo adimensional Ψ , para $Pe = 50$ e $Pe = 500$, são mostrados nas Figuras (4.28) e (4.29), respectivamente. O critério utilizado para definir o X'_{fd} considera que o escoamento alcança a condição desenvolvida quando a variação percentual do número de Nusselt é menor do que 1% em relação ao valor do Nusselt completamente desenvolvido. O comportamento descrito pelas Figuras pode ser compreendido analisando-se a Equação (2.28) que define o grupo adimensional Ψ .

Considerando-se que o aumento no valor de Ψ é devido ao incremento no valor de dT_w/dx , mantendo a diferença entre T_{in} e T_{win} constante, observa-se que o X'_{fd} diminui. Como a variação da temperatura na parede ao longo do comprimento é maior, quanto maior o dT_w/dx , a transferência de calor entre a parede e o fluido é intensificada, antecipando a condição de equilíbrio térmico e, conseqüentemente, reduzindo o X'_{fd} . Por outro lado, se o valor de dT_w/dx é baixo as trocas de calor acontecem gradativamente e a condição de equilíbrio térmico é alcançada em um comprimento de entrada X'_{fd} maior. No caso em que o aumento no valor de Ψ é devido a redução

da diferença entre T_{in} e T_{win} , mantendo dT_w/dx constante, percebe-se que quanto mais próximas as temperaturas do fluido e da parede na entrada do tubo, mais rápido será atingida a condição de equilíbrio térmico.

Tabela 4.5: Número de Nusselt e o comprimento térmico adimensional de entrada.

	Nu_{fd}		$X'_{fd} (Pe = 50 / Pe = 500)$					
	(T_w, cte)	(q_w, cte, Ψ)	T_w, cte	q_w, cte	$\Psi = 0, 0035$	$\Psi = 0, 007$	$\Psi = 0, 014$	$\Psi = 0, 056$
$n = 1 \quad \tau'_0 = 0$	3,67	4,36	5,76 / 58,94	8,30 / 77,50	48,47 / 341,11	43,39 / 304,80	39,32 / 282,09	31,69 / 245,77
$n = 1 \quad \tau'_0 = 0,3$	3,94	4,70	6,27 / 61,19	8,81 / 80,87	52,19 / 350,19	44,91 / 309,33	40,85 / 286,63	32,20 / 250,31
$n = 0,3 \quad \tau'_0 = 0$	4,25	5,15	8,30 / 82,56	11,35 / 109,58	62,31 / 440,98	57,25 / 395,59	51,63 / 363,81	41,35 / 327,49
$n = 0,3 \quad \tau'_0 = 0,3$	4,58	5,59	9,32 / 94,94	13,39 / 132,28	70,19 / 486,38	63,44 / 436,44	56,69 / 400,12	44,92 / 359,27
$n = 1 \quad \tau'_0 = 0,7$	4,77	5,86	10,34 / 100,00	13,89 / 136,82	70,75 / 500,50	65,13 / 450,06	58,38 / 413,74	46,44 / 372,89
$n = 0,3 \quad \tau'_0 = 0,7$	5,19	6,61	19,49 / 195,84	28,13 / 273,01	124,28 / 864,05	110,69 / 795,88	99,44 / 750,44	82,00 / 704,99

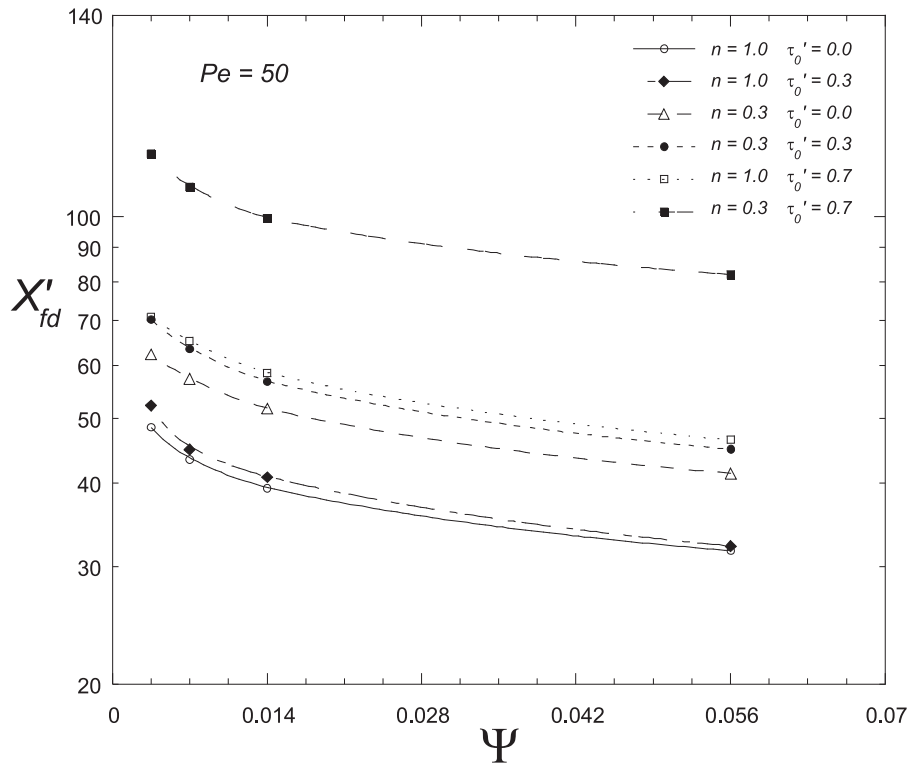


Figura 4.28: Comprimento térmico adimensional de entrada em função do parâmetro Ψ , $Pe = 50$.

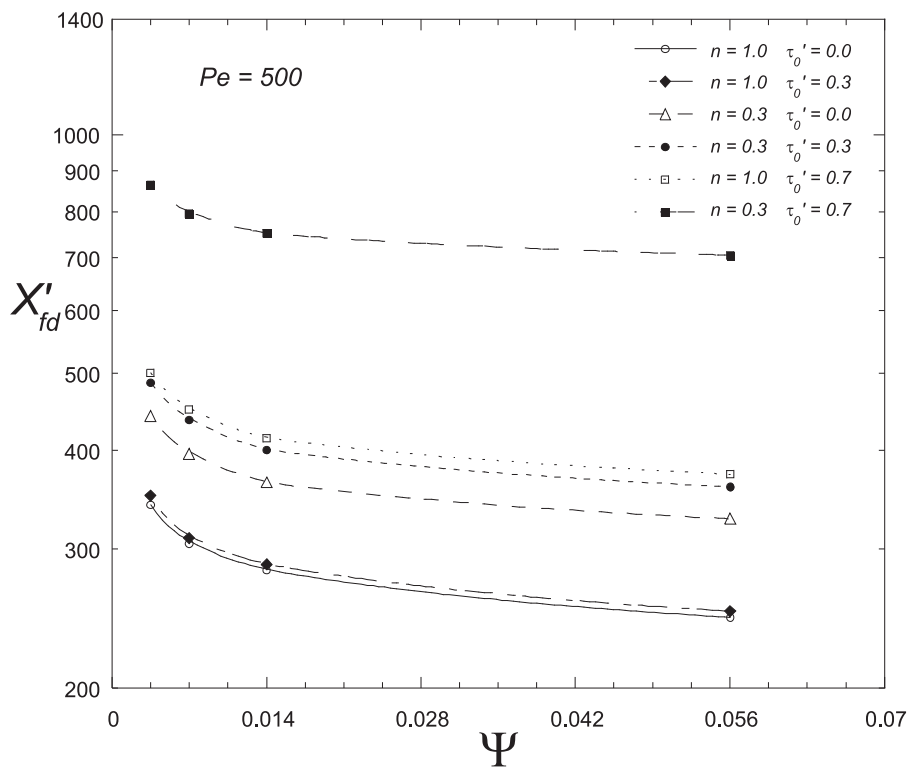


Figura 4.29: Comprimento térmico adimensional de entrada em função do parâmetro Ψ , $Pe = 500$.

As Figuras (4.30) e (4.31) mostram a influência do número de Reynolds no escoamento. Observa-se que o número de Nusselt do escoamento é maior na entrada com $Re = 500$ do que com $Re = 10$, considerando os mesmos parâmetros reológicos. Após o desenvolvimento, o número de Reynolds não influencia o escoamento, como esperado. Além disso, nota-se que a diferença no Nusselt próximo a entrada é maior a medida em que os fluidos se aproximam do comportamento newtoniano. Logo, pode-se concluir que a influência do número de Reynolds é maior no escoamento dos fluidos newtonianos, quando comparado aos fluidos viscoplásticos.

A análise da Figura (4.32) mostra que o número de Peclet exerce uma forte influência sobre o escoamento. Observa-se que o aumento do Pe implica o crescimento do Nu em todo comprimento axial. Além disso, nota-se o aumento no comprimento de desenvolvimento térmico do escoamento.

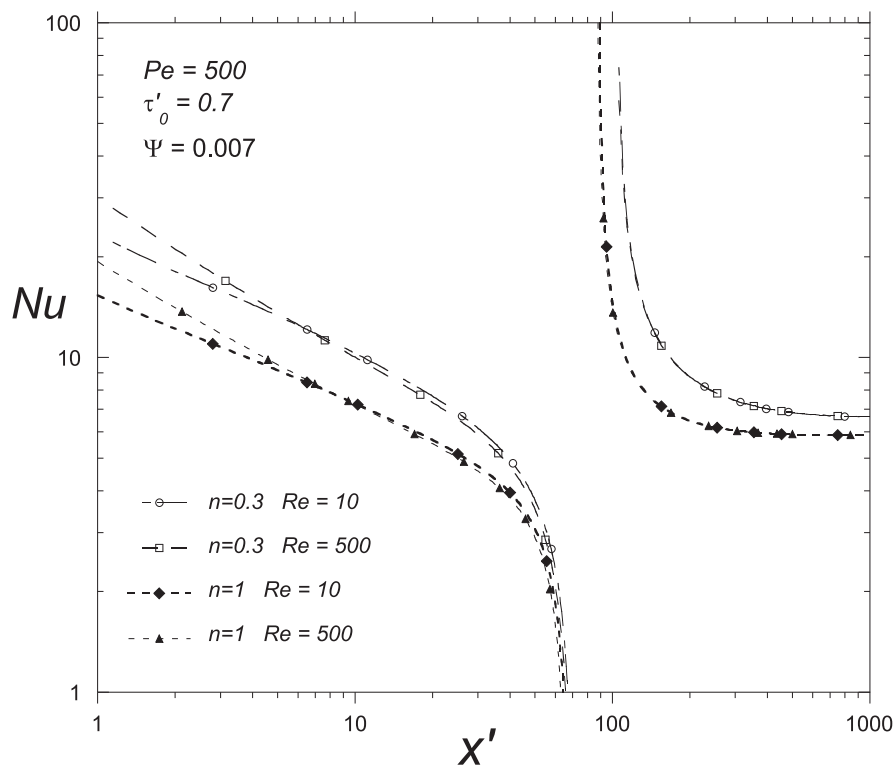


Figura 4.30: Influência do número de Reynolds sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley, $\tau'_0 = 0.7$.

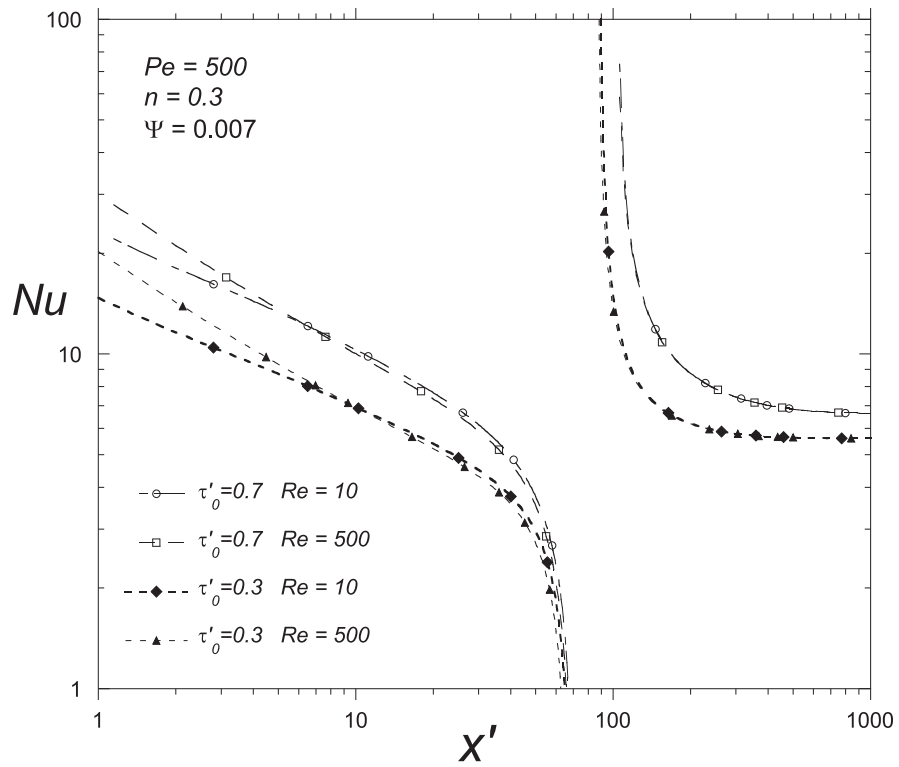


Figura 4.31: Influência do número de Reynolds sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley, $n = 0.3$.

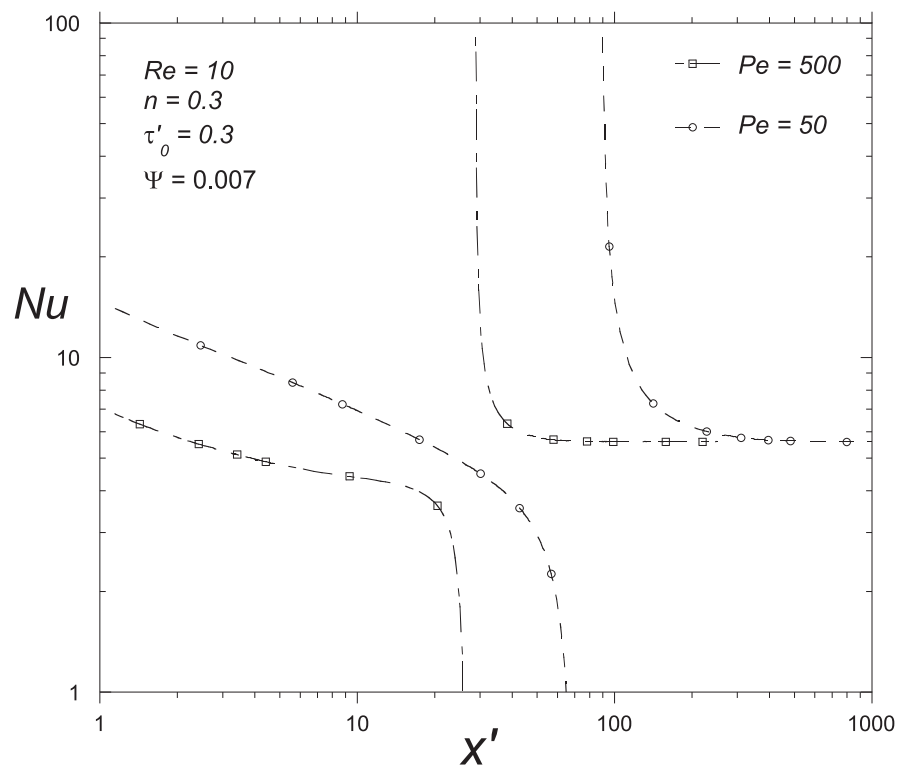


Figura 4.32: Influência do número de Peclet sobre o $Nu(x')$ para fluidos de Herschel-Bulkley.

Capítulo 5

Comentários Finais

O presente trabalho faz um estudo da transferência de calor nos escoamentos de fluidos viscoplásticos. Investiga-se a influência da condição de contorno na parede de gradiente de temperatura constante, dos parâmetros reológicos e dos adimensionais Reynolds e Peclet.

A influência da condição de contorno é analisada por meio do parâmetro Ψ . Em todos os casos onde $\Psi > 0$ observa-se a existência de um ponto crítico, que é o ponto onde ocorre a descontinuidade na curva do número de Nusselt, devido a mudança no sentido da transferência de calor. Nos casos onde $\Psi < 0$, observa-se que o modelo de Nusselt representa bem o problema físico pois não há mudança no sentido da transferência de calor. Além disso, quanto menor o valor do parâmetro Ψ , mais para direita encontra-se o ponto crítico e número de Nusselt para a condição de escoamento desenvolvido, Nu_{fd} , é alcançado em um maior comprimento, quando comparado aos escoamentos sujeitos a valores maiores de Ψ . O escoamento na região de entrada mostra que, inicialmente, as curvas de Nusselt para a condição de $dT_w/dx = cte$ tendem a se comportar de acordo com a condição $T_w = cte$, e a medida em que o escoamento se desenvolve, as curvas tendem a condição de $q_w = cte$.

Quanto aos parâmetros reológicos observa-se que o aumento da tensão limite de escoamento adimensional, τ'_0 , e a redução do índice power law, n , aumentam os gradientes próximos

a parede, conduzindo a números de Nusselt maiores. A análise do Nusselt médio, \overline{Nu} , mostra que o mesmo é função de Ψ e pode ser maior ou menor do que o Nu_{fd} para os escoamentos sujeitos a $dT_w/dx = cte$.

Quanto a influência do número de Reynolds observa-se que o Nusselt do escoamento é maior na entrada quanto maior o Re , considerando os mesmos parâmetros reológicos. Após o desenvolvimento, o número de Reynolds não afeta o escoamento. O aumento do número de Peclet, além de implicar em Nu maiores, aumenta o comprimento térmico de desenvolvimento do escoamento.

Referências Bibliográficas

- 1 M. Soares, M. F. Naccache, P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic liquids flowing laminarly in the entrance region of tubes*, Int. J. Heat Fluid Flow, **20** (1999), 60-67.
- 2 J. R. Apel, *Principles of ocean physics*, Int. Geophysics Series, **38** (1988), 20-21.
- 3 R. H. Stewart, *Introduction to physical oceanography*, Department of oceanography, Texas, AeM University , **1** (2007), 82-83.
- 4 A. A. McKillop, *Heat transfer for laminar flow of non-Newtonian fluids in entrance region of a tube*, Int. J. Heat Mass Transfer, **7** (1964), 853-862.
- 5 B. F. Blackwell, *Numerical solution of the Graetz problem for a Bingham plastic in laminar tube flow with constant wall temperature*, Transactions ASME, **107** (1985), 466-468.
- 6 T. C. Papanastasiou, *Flows of materials with yield*, J. Rheol, **31** (1987), 385-404.
- 7 E. Mitsoulis, S. S. Abdali, *Flow simulation of Herschel-Bulkley fluids through extrusion dies*, Can. J. Chem. Eng., **71** (1993), 147-160.
- 8 C. Nouar, R. Devienne, C. Riou, *Numerical analysis of the thermal convection for Herschel-Bulkley fluids*, Int. J. Heat Fluid Flow, **16** (1995), 223-232.

- 9 T. Min, J. Y. Yoo, H. Choi, *Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe - I. Analytical approach - thermally fully developed flow and thermally developing flow (the Graetz problem extended)*, Int. J. Heat Mass Transfer, **40** (1997), 3025-3037.
- 10 T. Min, H.G. Choi, J. Y. Yoo, H. Choi, *Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe - II. Numerical approach - hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, **40** (1997), 3689-3701.
- 11 N. Luna, F. Méndez, C. Treviño, *Conjugated heat transfer in circular ducts with a power-law laminar convection fluid flow*, Int. J. Heat Mass Transfer, **45** (2002), 655-666.
- 12 W. M. Kays, *Convective heat and mass transfer*, 1st Ed., McGraw-Hill Companies, The, (1966), 103-145.
- 13 P. M. Shankar, *Heat transfer by laminar flow of an elastico-viscous liquid in a circular cylinder with linearly varying wall temperature*, Applied Scientific Research, **14** (1965), 182-190.
- 14 E. J. Soares, M. F. Naccache, P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli*, Int. J. Heat Fluid Flow, **24** (2003), 762-773.
- 15 M. E. Sayed-Ahmed, K. M. Kishk, *Heat transfer for Herschel-Bulkley fluids in the entrance region of a rectangular duct*, Int. Commun. Heat Mass Transf., **35** (2008), 1007-1016.
- 16 S. D. Joshi, A. E. Bergles, *Experimental study of laminar heat transfer to in-tube flow of non-Newtonian fluids*, J. Heat Transfer, **102** (1980), 397-401.
- 17 A. C. A. Gratão, V. Silveira Jr., J. Telis-Romero, *Laminar forced convection to a pseudoplastic fluid food in circular and annular ducts*, Int. Commun. Heat Mass Transf., **33** (2006), 451-457.

- 18 M. H. Farias, C. V. M. Braga, P. R. Souza Mendes *Heat transfer coefficients for the laminar fully developed flow of viscoplastic liquids through annuli*, Int. J. Heat Mass Transf, **52** (2009), 3257-3260.
- 19 Polyflow 3.11.0. Disponível em:
www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Fluid+Dynamics/ANSYS+Polyflow
- 20 CFX Post 11.1. Disponível em:
www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Fluid+Dynamics/ANSYS+CFD-Post
- 21 L. C. Burmeister, *Convective heat transfer*, 2nd Ed., John Wiley and Sons, Inc, (1993), 107-148.
- 22 M. Beaulne, E. Mitsoulis, *Creeping motion of a sphere in tubes filled with Herschel-Bulkley fluids*, J. Non-Newtonian Fluid Mech., **72** (1997), 55-71.