

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA

Graziela Barboza Guaitolini Ramos

Estudo de um Novo Modelo Constitutivo de Fluidos
Viscoplásticos: Análise Numérica do Escoamento em uma
Contração Abrupta 4 : 1.

VITÓRIA

28 de Novembro de 2008

Graziela Barboza Guaitolini Ramos

**Estudo de um Novo Modelo Constitutivo de Fluidos
Viscoplásticos: Análise Numérica do Escoamento em uma
Contração Abrupta 4 : 1.**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Edson José Soares

Co-orientador: Prof. Dr. Roney Leon Thompson

VITÓRIA

28 de Novembro de 2008

Estudo de um Novo Modelo Constitutivo de Fluidos Viscoplasticos: Análise Numérica do Escoamento em uma Contração Abrupta 4 : 1.

Graziela Barboza Guaitolini Ramos

Dissertação Apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Cherlio Scandian

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Edson José Soares

Prof. Dr. João Luiz Marcon Donatelli - UFES

Prof. Dr. Monica Feijó Naccache - PUC Rio

Prof. Dr. Roney Leon Thompson - UFF

*”Qualquer coisa que a mente do homem pode conceber,
pode, também, alcançar.”
William Clement Stone*

Agradecimentos

Agradeço ao orientador Edson José Soares pela proposição do tema, pela indispensável contribuição na elaboração desta dissertação, pelo incentivo nas horas difíceis e pela compreensão de minhas limitações. Agradeço também:

Ao co-orientador Roney Leon Thompson pelas importantes contribuições.

Aos demais professores que contribuíram, de alguma forma, com minha formação acadêmica.

À minha família e aos amigos pela força e paciência durante todo este período.

Ao meu esposo pelo companheirismo, compreensão e equilíbrio nos momentos difíceis.

Aos companheiros de mestrado que estiveram presentes em momentos felizes e de crise, sobretudo, compartilhando problemas e soluções mutuamente.

À CAPES pelo suporte econômico.

Sumário

Sumário	vi
Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xii
Resumo	xiii
Abstract	xv
1 Introdução	21
1.1 Motivação	21
1.2 Caracterização do Problema	25
1.3 Estado da Arte	27
2 Formulação Física	33
2.1 Equações Governantes	33
2.2 Modelo Constitutivo	35
2.3 Função Viscosidade	36
2.4 Condições de Contorno	40
2.5 Adimensionalização	41

3	Formulação Numérica	46
3.1	Teste de Malha	48
4	Resultados	53
4.1	Análise do campo de taxa de deformação.	53
4.2	Análise do campo de tensão.	62
4.3	Análise do perfil de velocidade na entrada do duto a jusante.	70
4.4	Análise da pressão na linha de simetria.	74
5	Conclusão	79
	Referências Bibliográficas	81

Lista de Figuras

1.1	Processo de extrusão para fabricação de peças. Figura modificada a partir da figura encontrada em http://www.joinville.udesc.br/departamentos/dcc/professores/marcelo/disciplinas/A variante/CAPPvariante.html	22
1.2	Processo de injeção de ar para fabricação de peças. Figura modificada a partir de http://www.joinville.udesc.br/departamentos/dcc/professores/marcelo/disciplinas/AIN/capp- variante/CAPPvariante.html	23
1.3	Broca de perfuração. Figura modificada a partir da figura em http://static.hsw.com.br/gif/oil- drilling-bit.jpg	24
1.4	Vias Aéreas. Figura modificada de http://www.colegiosaofrancisco.com.br/alfa/asma/asma- 6.php	25
1.5	Domínio físico do problema.	26
1.6	Gráfico da tensão cisalhante, τ , versus intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, para o modelo de Papanastasiou, em escala logaritmica.	29
2.1	Gráfico da Tensão cisalhante, τ , versus intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, para o modelo SMD, em escala logaritmica.	37
2.2	Domínio físico mostrando as condições de contorno	40
3.1	Malha eleita para a resolução do problema.	47

3.2	Primeira malha proposta para a resolução do problema.	50
3.3	Primeira malha proposta para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido newtoniano.	50
3.4	Segunda malha proposta para a resolução do problema.	50
3.5	Segunda malha proposta para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido newtoniano.	51
3.6	Malha eleita para a resolução do problema.	51
3.7	Malha eleita para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido Newtoniano.	52
4.1	Para $J = 10$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$	56
4.2	Para $J = 100$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$	57
4.3	Para $J = 1000$, e $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$	58
4.4	Para $J = 2500$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$	59
4.5	Para $n = 1$, $\tau_c^* = 10$ e $J = 10; 100; 1.000; 2.500$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$	60

4.6 Para $J = 2500$, $\tau_c^* = 10$ e $n = 1; 0,9; 0,8; 0,7$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$ 61

4.7 Para $J = 10$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 64

4.8 Para $J = 100$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 65

4.9 Para $J = 1000$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 66

4.10 Para $J = 2500$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 67

4.11 Para $n = 1$, $\tau_c^* = 10$ e $J = 10; 100; 1.000; 2.500$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 68

4.12 Para $J = 2500$, $\tau_c^* = 10$ e $n = 1; 0,9; 0,8; 0,7$. (a)Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ 69

4.13 Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 10$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$ 71

4.14 Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 100$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$ 71

4.15 Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 1000$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	72
4.16 Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 2.500$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	72
4.17 Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $J = 2.500$, $\tau_c^* = 10$ e $n=1; 0,9; 0,8; 0,7$	73
4.18 Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=10$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	75
4.19 Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=100$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	76
4.20 Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=1.000$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	76
4.21 Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=2.500$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	77
4.22 Gráfico de correção de pressão localizada na contração em função de τ_c^* para $J=10; 100; 1.000; 2.500$	77
4.23 Gráfico de correção de pressão localizada na contração em função de J para $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$	78

Lista de Tabelas

3.1	Comparação entre as malhas propostas para a solução do problema.	49
-----	--	----

Resumo

O escoamento de materiais viscoplásticos é extremamente importante devido sua vasta aplicação industrial. Uma aplicação prática do escoamento de materiais viscoplásticos ocorre na perfuração de poços de petróleo. O carreamento do cascalho produzido na perfuração de poços de petróleo é obtido com uso da lama de perfuração. A utilização de lamas de perfuração com propriedades viscoplásticas diminui a potência necessária ao bombeamento desse material. O material utilizado na cimentação dos poços de petróleo também possui propriedades altamente viscoplásticas. Um outro fenômeno que está associado a um escoamento de material tipicamente plástico é o escoamento do muco nas vias aéreas pulmonares. O bom entendimento dos mecanismos físicos envolvidos nos processos mencionados depende de uma boa caracterização reológica dos materiais viscoplásticos envolvidos.

O comportamento viscoplástico é geralmente modelado pelo modelo de Fluido Newtoniano Generalizado com uso de alguma função típica para descrever a viscosidade. Uma equação para a viscosidade muito utilizada é a de Herschel-Bulkley. Essa equação prevê viscosidade infinita para valores de tensão abaixo da tensão limite de escoamento. Esse comportamento não é compatível com o comportamento previsto pela equação da continuidade para fluidos complexos. No presente trabalho utiliza-se a função viscosidade recentemente proposta por Souza Mendes e Dutra (2004) para uma análise numérica, utilizando-se o método dos elementos finitos, do escoamento de materiais viscoplásticos. Essa função engloba a maioria dos modelos viscoplásticos e

pseudoplásticos tais como Herschel-Bulkley, Papanastasiou, Bingham e Carreau. A fim de comparar os resultados previstos pelo presente trabalho com os disponíveis na literatura, a geometria escolhida é a clássica contração abrupta 4:1. Um importante número adimensional analisado é o número J que dá uma medida relativa do salto na taxa de deformação quando atingida a tensão limite de escoamento.

Abstract

Flow of viscoplastic material is extremely common in many industrial processes. A practical application includes the drilling of petroleum wells where the drilling mud must carry the drill chips with a minimum pumping power. It is obtained using a drilling mud as a highly viscoplastic material. The material used on cementation of drilling wells also exhibit a highly viscoplastic behavior. Other interesting phenomenon involving viscoplastic materials is the mucus displacement in pulmonary airways. The good understanding of the physical mechanism involved in all processes mentioned before is dependent of a good rheological characterization of the viscoplastic material involved. The viscoplastic behavior of the liquid is generally modelled by the generalized Newtonian liquid model with a typical viscosity function equation. One of the most common equation employed is the Herschel-Bulkley viscosity function. This equation predict an infinite viscosity in the limit of zero-shear-rate and this behavior is not compatible with continuity equation for many complex flows. In the present work a viscosity function recently proposed by Souza Mendes and Dutra (2004) is used to perform numerical simulations via finite element method of the flow of yield-stress materials. This viscosity function encompasses most of the viscoplastic and pseudoplastic models such as Herschel-Bulkley, Papanastasiou, Bingham and Carreau as special cases. In order to compare with the results available in the literature, the geometry chosen is the classic 4:1 abrupt contraction. One important dimensionless number analyzed is the jump number J that gives a relative measure of the shear rate jump that occurs when

the extra-stress-tensor reaches the yield-stress plateau on the flow field.

Nomenclatura

L_o : comprimento do tubo a jusante

L_i : comprimento do tubo a montante

R_o : raio do tubo a jusante

R_i : raio do tubo a montante

r : coordenada radial

r^* : coordenada radial adimensional

x : coordenada axial

x^* : coordenada axial adimensional

\mathbf{n} : vetor unitário na direção x

\mathbf{t} : vetor unitário na direção r

Re_r : número de Reynolds reológico, $Re = \frac{\rho R_o (\dot{\gamma}_c R_o)}{\eta_c}$

Q : razão entre as forças de corpo e as forças viscosa

\mathcal{F} : fator de atrito, $\mathcal{F} = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} D}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2}$

\bar{u} : velocidade média na região desenvolvida do escoamento

n : índice de potência power-law

J : salto de deformação adimensional.

\mathbf{g} : vetor gravidade

p : pressão

p^* : pressão adimensional

\mathbf{T} : tensor das tensões

\mathbf{u} : vetor velocidade

\mathbf{u}^* : vetor velocidade adimensional

u : velocidade axial

u^* : velocidade axial adimensional

v : velocidade radial

v^* : velocidade radial adimensional

$|\mathbf{J}|$: determinante do Jacobiano de transformação de coordenadas

Símbolos Gregos

∇ : operador divergente adimensional

$\boldsymbol{\tau}$: tensor extra tensão

τ : intensidade do tensor extra tensão, $\tau = \sqrt{\frac{1}{2}tr(\boldsymbol{\tau})}$

τ_0 : tensão limite de escoamento

τ^* : tensão adimensional

τ_1 : tensão de transição da região de jump para a região power-law

τ_c : tensão característica do escoamento

τ_c^* : tensão característica do escoamento adimensional

$\dot{\boldsymbol{\gamma}}$: tensor taxa de deformação

$\dot{\boldsymbol{\gamma}}^*$: tensor taxa de deformação adimensional

$\dot{\gamma}$: intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma} = \sqrt{tr(\dot{\boldsymbol{\gamma}})}$

$\dot{\gamma}_0$: taxa de deformação em τ_0

$\dot{\gamma}_1$: taxa de deformação em τ_1

$\dot{\gamma}_c$: taxa de deformação característica do escoamento

$\dot{\gamma}^*$: taxa de deformação adimensional

ΔP^* : Fator de correção de pressão adimensional, $\Delta P^* = \frac{\Delta P}{4\tau_c}$

$\eta(\dot{\gamma})$: função viscosidade

$\eta^*(\dot{\gamma}^*)$: função viscosidade adimensional

η_0 : função viscosidade em baixas taxas de escoamento

μ : viscosidade Newtoniana

μ_p : viscosidade plástica

ρ : massa específica do fluido

κ : índice de consistência

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O Estudo do comportamento dos materiais viscoplásticos é extremamente importante devido a sua vasta aplicação em diferentes processos industriais como a fabricação de peças por extrusão onde os polímeros exibem propriedades claramente plásticas. Na indústria do petróleo a utilização de materiais plásticos é extremamente comum. As lamas usadas nos processos de perfuração de poços de petróleo e o cimento para o revestimento do poço são materiais tipicamente plásticos. Podem-se ainda citar os materiais plásticos presentes na indústria alimentícia como o chocolate, maionese e polpas de frutas e alguns materiais da indústria de cosméticos como xampu e pastas dentais. O muco das vias aéreas e o plasma sanguíneo são exemplos de materiais viscoplásticos cujo comportamento deve ser bem conhecido para o desenvolvimento de procedimentos médicos e aplicações em bio-engenharia.

Um típico processo industrial onde o material de trabalho é viscoplástico é o processo de fabricação de peças e recipientes plásticos. Para a fabricação desses objetos, o plástico é aquecido e posteriormente depositado em um molde através de diferentes processos. Um processo bastante utilizado na fabricação de tubos é o processo de extrusão. Nesse processo o material vis-

coplástico aquecido é deslocado continuamente através de uma rosca homogeneizadora até o seu molde, com mostra a Figura(1.1).

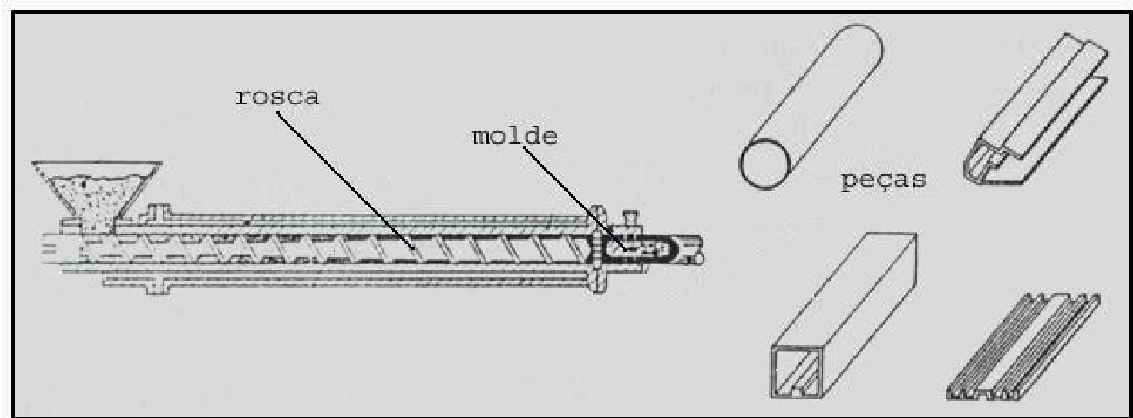


Figura 1.1: Processo de extrusão para fabricação de peças. Figura modificada a partir da figura encontrada em <http://www.joinville.udesc.br/departamentos/dcc/professores/marcelo/disciplinas/AIN/capp-variante/CAPPvariante.html>

Outro processo utilizado na Indústria de fabricação de peças e recipientes plásticos é o processo de injeção de ar. Nesse processo o material viscoplástico também é aquecido e deslocado por uma rosca homogeneizadora até o molde. Após o depósito de uma quantidade determinada para cada peça, injeta-se ar para que o material tome a forma do molde, como mostra a Figura (1.2).

Uma das grandes motivações do estudo de materiais viscoplásticos é a sua larga utilização na indústria de petróleo. Os fluidos viscoplásticos estão presentes em diversos processos dessa indústria, como perfuração e cimentação de poços. O próprio petróleo pode exibir características viscoplásticas e, portanto, em outros processos como elevação e transporte de óleo o material viscoplástico está presente. Para a perfuração de um poço de petróleo é indispensável o emprego de um fluido de perfuração viscoplástico que auxilia o processo de perfuração. Esse fluido tem como principal função carrear o cascalho sem um gasto excessivo de energia. A Figura (1.3) mostra esquematicamente o processo de perfuração de um poço de petróleo. O fluido de perfuração é

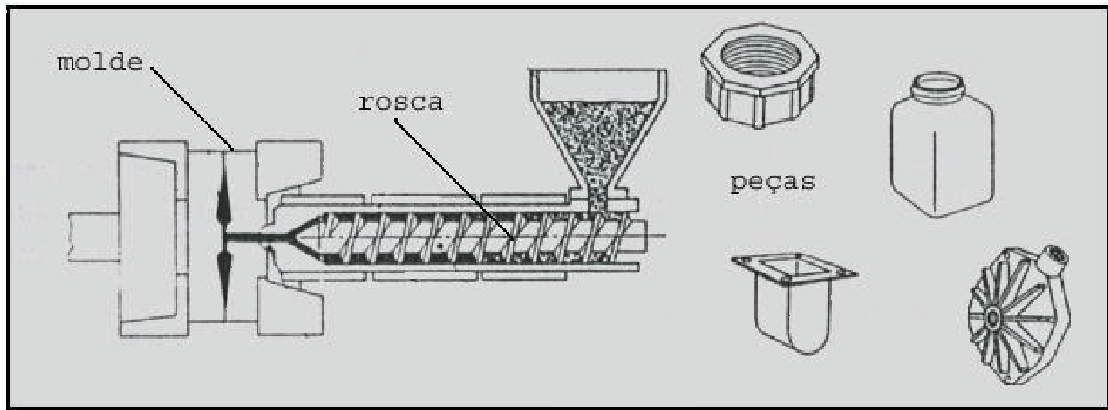


Figura 1.2: Processo de injeção de ar para fabricação de peças. Figura modificada a partir de <http://www.joinville.udesc.br/departamentos/dcc/professores/marcelo/disciplinas/AIN/capp-variante/CAPPvariante.html>

injetado pelo interior da broca e retorna pelo espaço anular, espaço entre a broca e a rocha. A plasticidade do material injetado é fundamental para o carregamento do cascalho formado no processo sem gasto excessivo de energia. O mesmo processo poderia ser executado com um fluido Newtoniano, entrando, a viscosidade do fluido deveria ser muito alta e o consumo de energia seria extremamente elevado.

Uma outra aplicação em que o fluido envolvido é viscoplástico ocorre no processo de cimentação de poços de petróleo. Para a cimentação de um poço de petróleo, uma pasta de cimento e aditivos plastificantes é bombeada para dentro do poço. Esse material preenche o espaço anular constituído entre a formação rochosa perfurada e o revestimento metálico descido no poço. Certamente, o conhecimento do mecanismo físico do processo depende de uma boa caracterização do comportamento plástico do material utilizado. A adição de materiais plastificantes à pasta de cimento tem como principal função o aumento da fluidez do material. Esse aumento da fluidez viabiliza a redução de grande quantidade de água das misturas possibilitando o emprego de concretos de elevada resistência.

Um outro fenômeno que está associado a um escoamento de material tipicamente

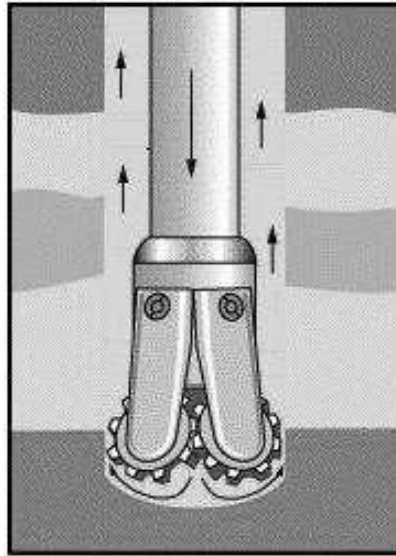


Figura 1.3: Broca de perfuração. Figura modificada a partir da figura em <http://static.hsw.com.br/gif/oil-drilling-bit.jpg>

plástico é o processo de desobstrução das vias aéreas pulmonares como mostra a Figura (1.4). Na inspiração o ar passa por condutos que vão desde a cavidade nasal até os bronquíolos. Esses condutos são conhecidos como vias aéreas. As vias aéreas têm sua superfície recoberta por secreções produzidas pelas células que as revestem. Essa secreção é conhecida como muco e tem a importante função de limpar o ar inalado. As partículas ou microorganismos aprisionados na camada viscosa são eliminadas pelo transporte deste muco em direção às vias aéreas superiores até atingir a faringe, onde esse material é deglutido. Para que o transporte ocorra, o muco tem que ter uma consistência ideal. Se o muco for muito espesso ele obstrui as vias aéreas proporcionando uma condição ideal para a proliferação de bactérias causadoras de infecções. Para normalizar o processo de limpeza das vias aéreas são administrados medicamentos chamados mucorreguladores. Esses medicamentos normalizam e regularizam a produção de muco, tornando-o menos espesso e menos aderente às paredes das vias aéreas. Nesta aplicação, como em todas as outras, o profundo conhecimento do efeito das propriedades viscoplásticas é essencial para o conhecimento dos fenômenos e consequente desenvolvimento de técnicas empregadas nos respectivos processos.

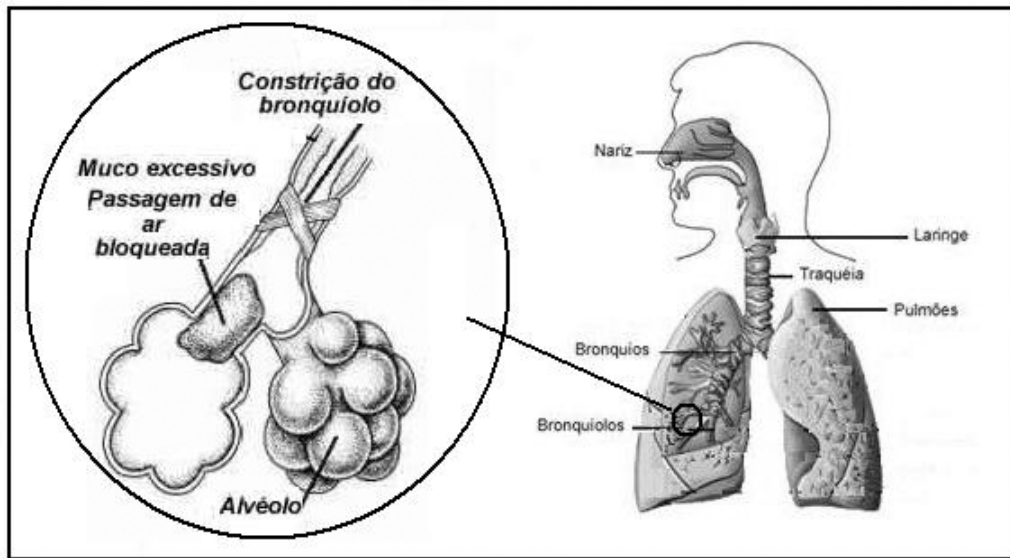


Figura 1.4: Vias Aéreas. Figura modificada de <http://www.colegiosaofrancisco.com.br/alfa/asma/asma-6.php>

O estudo pioneiro do comportamento dos materiais viscoplásticos é desenvolvido por Bingham [1]. O autor propõe o primeiro modelo para esse tipo de material, conhecido como modelo de plástico ideal. Esse modelo, assim como outros posteriores, possuem uma série de limitações que são comentadas na Seção 1.3. Recentemente a literatura apresenta um novo modelo mais realista de material viscoplástico. A proposta do presente trabalho é estudar o desempenho deste novo modelo proposto por Souza Mendes e Dutra [2]. O estudo é realizado através da análise numérica do escoamento em uma contração abrupta 4 : 1.

1.2 Caracterização do Problema

A proposta do presente trabalho é estudar o modelo de fluidos viscoplásticos proposto por Souza Mendes e Dutra [2], aqui denominado de modelo SMD. Para esse estudo analisa-se numericamente o escoamento do fluido SMD em uma contração abrupta 4 : 1. Trata-se portanto de um duto circular de raio R_i e comprimento L_i sofrendo uma contração para um duto de raio

$R_o = \frac{R_i}{4}$ e comprimento $L_o = \frac{L_i}{4}$ como mostra a Figura (1.5). Esta geometria é escolhida por ser muito utilizada na literatura para testar novos modelos constitutivos [3], [4].

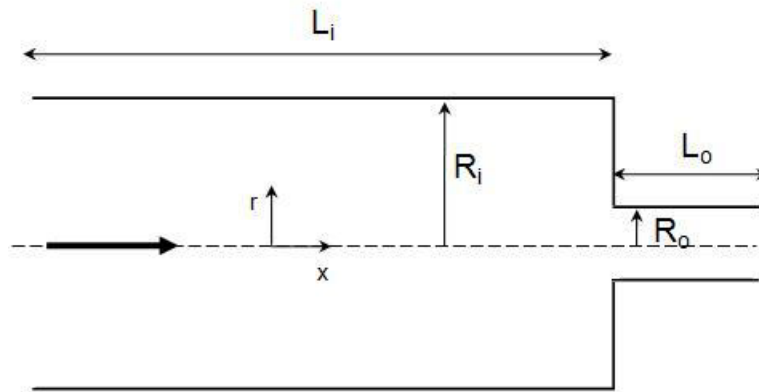


Figura 1.5: Domínio físico do problema.

São consideradas as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. Fluido incompressível;
2. Escoamento em regime permanente;
3. Escoamento laminar;
4. Simetria axial;
5. Condição de impermeabilidade e não deslizamento na parede;
6. Escoamento desenvolvido na entrada do duto de raio R_i e na saída do duto de raio R_o ;

Para a solução numérica do problema são resolvidas as equações de Conservação de Massa e da Quantidade de Movimento Linear. O fluido é modelado com a equação constitutiva de Fluido Newtoniano Generalizado (FNG) com a função viscosidade SMD proposta por Souza Mendes e Dutra [2].

Um dos objetivos do presente trabalho é a análise da influência, nos campos de tensão e taxa de deformação, dos parâmetros reológicos adimensionais n e J e do parâmetro adimensional

de escoamento τ_c^* . O parâmetro J é chamado de salto da taxa de deformação, esse parâmetro dá uma medida relativa do salto na taxa de deformação quando atingida a tensão limite de escoamento. O parâmetro n é o índice power-law. Esses dois parâmetros estão presentes na equação adimensional do modelo SMD, como pode-se ver na Seção 2.3. O parâmetro τ_c^* é chamado tensão cisalhante característica do escoamento definido na Seção 2.5. O perfil do campo de velocidade na entrada do duto e a perda de pressão ao longo da linha de simetria também são objetos de estudo do presente trabalho para a variação dos parâmetros mencionados.

1.3 Estado da Arte

A literatura apresenta um grande número de trabalhos numéricos e experimentais que analisam o desempenho de modelos para fluidos viscoplásticos através do estudo de escoamentos em várias geometrias. Nessa seção são feitos alguns comentários sobre trabalhos relevantes para o desenvolvimento do presente estudo.

Barnes [5] e [6], promove uma extensa revisão sobre o estudo dos materiais viscoplásticos.

Bingham [1] propõe o primeiro modelo para fluidos viscoplásticos conhecido como Modelo de Plástico Ideal. O plástico de Bingham se caracteriza pelo seguinte comportamento: ao se aplicar uma tensão abaixo de uma certa tensão crítica não há deformação e o material comporta-se como um sólido, mas quando essa tensão crítica é excedida o material escoar como um fluido newtoniano. Assim, o modelo de Plástico Ideal propõe para esses materiais, a intensidade da tensão cisalhante, τ , em função da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, conforme a Equação (1.1). Nessa equação, τ_0 é a tensão limite de escoamento e μ_p é a viscosidade plástica do material.

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma} & \text{se } \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{se } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1.1)$$

O Modelo de Plástico Ideal apresenta algumas particularidades que limitam a sua utilização. Uma dessas particularidades é o fato dele ser descontínuo em suas derivadas. Essa característica do modelo é um grande obstáculo à sua implementação numérica, pois há a necessidade de prévia localização da tensão limite de escoamento τ_0 , durante o processo de iteração. Outra particularidade do modelo de Plástico Ideal é o fato dele não representar de maneira satisfatória o real comportamento dos materiais viscoplásticos de interesse quando $\dot{\gamma} \rightarrow 0$. Nessas condições o modelo prevê viscosidade infinita como mostra a Equação (1.2).

$$\begin{cases} \eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p & \text{se } \tau \geq \tau_0 \\ \eta \rightarrow \infty & \text{se } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1.2)$$

Como alternativa ao modelo de Plástico Ideal, Papanastasiou [7] propõe um modelo que possui as derivadas primeiras contínuas para a equação constitutiva de fluidos viscoplástico. Em seu novo modelo a intensidade da tensão, τ , é expressa como uma função contínua da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, com mostra a Equação (1.3). Nessa equação, m é um parâmetro de ajuste que não possui significado físico, sua função é recuperar o modelo de Plástico Ideal proposto por Bingham a medida que $m \rightarrow \infty$, conforme mostra a Figura (1.6).

$$\tau = \tau_0(1 - \exp(-m\dot{\gamma})) + \mu_p\dot{\gamma} \quad (1.3)$$

$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}(1 - \exp(-m\dot{\gamma})) + \mu_p \quad (1.4)$$

Para testar seu modelo, o autor faz um estudo numérico e experimental da localização da superfície de tensão limite de escoamento no campo do escoamento para três diferentes geometrias. Os resultados numéricos obtidos com seu modelo concordam aproximadamente com os resultados experimentais. Porém sua análise é feita apenas para fluidos com altos valores de tensão limite de escoamento pela limitação da coleta de dados experimentais para fluidos com baixa tensão limite de escoamento.

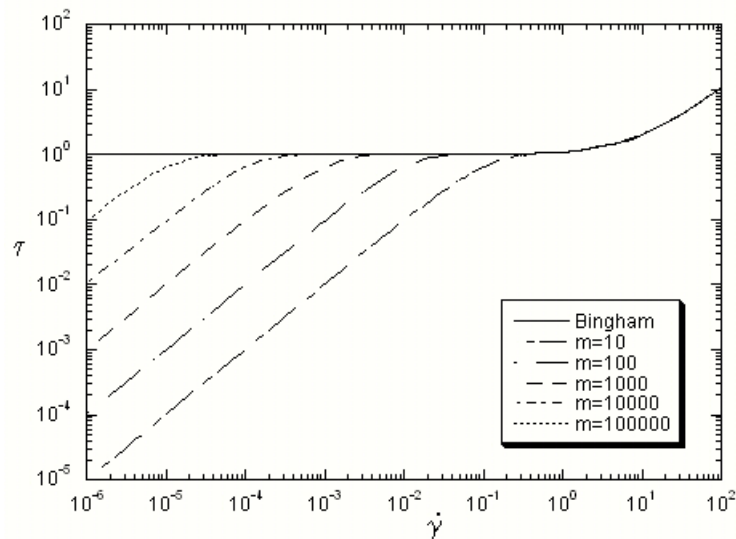


Figura 1.6: Gráfico da tensão cisalhante, τ , versus intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, para o modelo de Papanastasiou, em escala logarítmica.

Apesar de o modelo proposto por Papanastasiou não representar o real comportamento de um fluido viscoplástico, ele é amplamente utilizado na literatura por ser de fácil implementação numérica. Sousa *et al.* [8] analisam numericamente a deposição de massa nas paredes de um tubo capilar preenchido por material viscoplástico através de injeção de gás. Florides *et al.* [9] analisam numericamente o escoamento de um plástico de Bingham devido uma compressão. Esse escoamento é comumente utilizado na procura de características reológicas de fluidos não newtonianos. Alexandrou [10] *et al.* analisam numericamente a injeção de um plástico de Bingham em uma cavidade. Mitsoulis e Huilgol [11] investigam numericamente os efeitos reológicos e de inércia nos padrões do escoamento em uma expansão abrupta. Todos os trabalhos citados utilizam o modelo proposto por Papanastasiou na implementação numérica dos respectivos problemas.

Alexandrou *et al.* [12] utilizam um outro modelo, conhecido como Papanastasiou Generalizado, para prever o comportamento de materiais viscoplásticos de Hershel-Buckley em um escoamento através de uma expansão tridimensional. Para esse material, a intensidade da tensão cisalhante, τ , é dada por uma função da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, com mostra

a Equação (1.5). Nessa equação, κ é o índice de consistência do material . Para esse novo modelo

$$\begin{cases} \tau = \tau_0 + \kappa\dot{\gamma}^n & \text{se } \tau \geq \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{se } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1.5)$$

a viscosidade é sensível à variação de n , como pode-se notar na Equação (1.6). Para $n = 1$ a função

$$\begin{cases} \eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \kappa\dot{\gamma}^{n-1} & \text{se } \tau \geq \tau_0 \\ \eta \rightarrow \infty & \text{se } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1.6)$$

descrita comporta-se como um Plástico Ideal. Para $\tau_0 = 0$, a função descrita pela Equação (1.5) recupera o caso power-law. Ainda, com $\tau_0 = 0$ e $n = 1$ obtém-se o caso newtoniano. Assim, o modelo de Herschel-Bulkley contempla todos os casos previstos pela função power-law e pela função de Plástico Ideal. Apesar de o modelo Herschel-Bulkley possuir a vantagem de prever os diferentes comportamentos dos materiais viscoplásticos, ele possui a desvantagem de ter suas derivadas descontínuas. Para contornar essa particularidade do modelo, Alexandrou *et al.* [12] utilizam o modelo de Papanastasiou Generalizado para modelar numericamente o comportamento de materiais Herschel-Bulkley, como mostra a Equação (1.7).

$$\tau = \tau_0(1 - \exp(-m\dot{\gamma})) + \kappa\dot{\gamma}^n \quad (1.7)$$

Soares *et al.* [13] utilizam o modelo Bi-viscosidade para uma investigação numérico da transferência de calor em um escoamento envolvendo materiais de Herschel-Bulkley em cilindros concêntricos. Para a implementação da função viscosidade, os autores utilizam a viscosidade característica do escoamento, η_c , como pode-se observar na Equação (1.8). Diferente da Equação (1.6), atribui-se à

$$\begin{cases} \eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \kappa\dot{\gamma}^{n-1} & \text{se } \tau \geq \tau_0 \\ 1000\eta_c & \text{se } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (1.8)$$

região não cisalhada uma viscosidade de 1.000 vezes a viscosidade característica, η_c , em vez de uma viscosidade infinita.

Souza Mendes e Dutra [2] propõem um novo modelo para fluidos viscoplásticos. Para esse novo modelo a intensidade da tensão cisalhante, τ , é uma função da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, como mostra a Equação (1.9). Nessa equação quando $\tau < \tau_0$ a viscosidade é dada

$$\tau = [1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})](\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n) \quad (1.9)$$

por η_0 .

Os modelos mencionados até aqui possuem algumas particularidades que o modelo Souza Mendes e Dutra, ou modelo SMD, não possui. Uma particularidade presente em todos os modelos citados anteriormente, é o fato de eles não representarem o real comportamento de um fluido viscoplástico, pois para $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ eles prevêm viscosidade infinita. O modelo SMD propõe para esse mesmo intervalo uma viscosidade constante η_0 . Uma particularidade dos modelos de Plástico Ideal e Bi-viscosidade, é a descontinuidade das derivadas. O modelo SMD apresenta suas derivadas contínuas. O modelo de Papanastasiou apresenta um parâmetro de ajuste sem significado físico. Todos os parâmetros presentes no modelo SMD possuem significado físico.

Para testar seu novo modelo, Souza Mendes e Dutra coletam dados experimentais da intensidade da tensão cisalhante, τ , em função da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, de materiais largamente utilizados na indústria como: carbopol aquoso, lama de perfuração, maionese comercial e emulsão de água e óleo. Em todos os casos o modelo SMD recupera aproximadamente os resultados experimentais, incluindo as situações onde τ tem valores muito abaixo da tensão limite de escoamento, τ_0 .

Por tratar-se de um modelo recentemente proposto, a literatura apresenta poucos trabalhos que empregam o modelo SMD. Souza Mendes *et al.* [14] fazem uma análise numérica e experimental do escoamento de um fluido viscoplástico em uma expansão abrupta seguida por uma contração abrupta. Naccache *et al* [15] fazem uma análise numérica do escoamento de um fluido viscoplástico em uma expansão seguida por uma contração. Portanto novos estudos usando

o novo modelo proposto é altamente recomendável.

Capítulo 2

Formulação Física

Neste capítulo apresentam-se as equações governantes do problema. Inicialmente, estas equações são apresentadas em sua forma completa e depois são aplicadas as hipóteses simplificadoras descritas na Seção (1.2). Em seguida, discute-se o modelo constitutivo para fluidos não newtonianos conhecido como modelo constitutivo de Fluido Newtoniano Generalizado. Ao discutir o modelo constitutivo surge a necessidade da escolha de uma função para a viscosidade. A função escolhida é a função proposta por Souza Mendes e Dutra [2]. Por se tratar de uma função recentemente proposta, o presente trabalho dispense uma grande atenção em seu detalhamento. Apresenta-se ainda as condições de contorno que caracterizam o problema e, finalmente, as equações governantes são adimensionalizadas e os parâmetros adimensionais decorrentes dessa adimensionalização são comentados.

2.1 Equações Governantes

A Equação (2.1) descreve a continuidade em sua forma tensorial, onde ρ é a massa específica do material e \mathbf{u} é o vetor velocidade.

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

A Equação (2.2) representa a conservação da quantidade de movimento em sua forma tensorial, onde \mathbf{T} é o tensor das tensões e \mathbf{g} é o vetor gravidade.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

Por tratar-se de um escoamento em uma geometria axissimétrica, as equações governantes são representadas em coordenadas cilíndricas. A Equação (2.3) descreve a continuidade em coordenadas cilíndricas, onde v é a velocidade na direção radial, w é a velocidade na direção θ e u é a velocidade na direção axial.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\rho v)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho w)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

A conservação da quantidade de movimento, em coordenadas cilíndricas, é representada pelas Equações (2.4), (2.5) e (2.6), onde T_{rr} , $T_{\theta r}$, T_{xr} , $T_{\theta\theta}$, $T_{r\theta}$, $T_{x\theta}$, T_{rx} , $T_{\theta x}$ e T_{xx} são os componentes do tensor da tensão.

direção r

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w^2}{r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rT_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(T_{\theta r})}{\partial \theta} + \frac{\partial(T_{xr})}{\partial x} - \frac{T_{\theta\theta}}{r} + \rho g_r \quad (2.4)$$

direção θ

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{vw}{r} + u \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 T_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(T_{\theta\theta})}{\partial \theta} + \frac{\partial T_{x\theta}}{\partial x} + \frac{T_{\theta r} - T_{r\theta}}{r} + \rho g_\theta \quad (2.5)$$

direção x

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rT_{rx})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(T_{\theta x})}{\partial \theta} + \frac{\partial(T_{xx})}{\partial x} + \rho g_x \quad (2.6)$$

Considerando as hipóteses apresentadas na seção (1.2), as equações governantes tomam a forma das Equações (2.7), (2.8) e (2.9)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial(u)}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

direção r

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rT_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(T_{xr})}{\partial x} + \rho g_r \quad (2.8)$$

direção x

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial(rT_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(T_{xx})}{\partial x} + \rho g_x \quad (2.9)$$

Relaciona-se o tensor das tensões, \mathbf{T} , com o tensor extra tensão, $\boldsymbol{\tau}$, assim as equações da conservação da quantidade de movimento tomam a forma das Equações (2.10) e (2.11).

direção r

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xr})}{\partial x} \right) + \rho g_r \quad (2.10)$$

direção x

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(\tau_{xx})}{\partial x} \right) + \rho g_x \quad (2.11)$$

O tensor extra tensão, $\boldsymbol{\tau}$, é calculado através da proposição de um modelo constitutivo. Esse modelo relaciona o tensor extra tensão com as propriedades do material e o campo de velocidades do escoamento.

2.2 Modelo Constitutivo

Utiliza-se o modelo constitutivo de Fluido Newtoniano Generalizado ou modelo FNG.

O modelo FNG tem a forma da Equação (2.12).

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.12)$$

O tensor taxa de deformação é definido como $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T$ e sua intensidade é calculada por $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}tr(\dot{\boldsymbol{\gamma}})}$.

No presente trabalho a função viscosidade é calculada pela função proposta por Souza Mendes e Dutra [2].

2.3 Função Viscosidade

Para um bom entendimento do trabalho é necessário fazer uma análise detalhada do modelo SMD. Esse modelo propõe para a intensidade da tensão cisalhante, τ , uma função contínua da intensidade da taxa de deformação $\dot{\gamma}$ com mostra a Equação (2.13).

$$\tau = [1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})](\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n) \quad (2.13)$$

Na Equação (2.13), η_0 é a viscosidade em baixas taxas de escoamento, τ_0 é a tensão limite de escoamento, κ é o índice de consistência e n é o índice de potência power-law.

Na Figura (2.1) nota-se que cada um desses parâmetros possui significado físico. Nota-se também que o gráfico $\tau \times \dot{\gamma}$ apresenta três regiões distintas: a região newtoniana, a região de jump e a região power-Law.

A região newtoniana é aquela na qual as tensões cisalhantes, τ , estão abaixo da tensão limite de escoamento τ_0 . Nessa região, o modelo SMD prevê uma viscosidade igual a η_0 a medida que $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, como mostra a Equação (2.14).

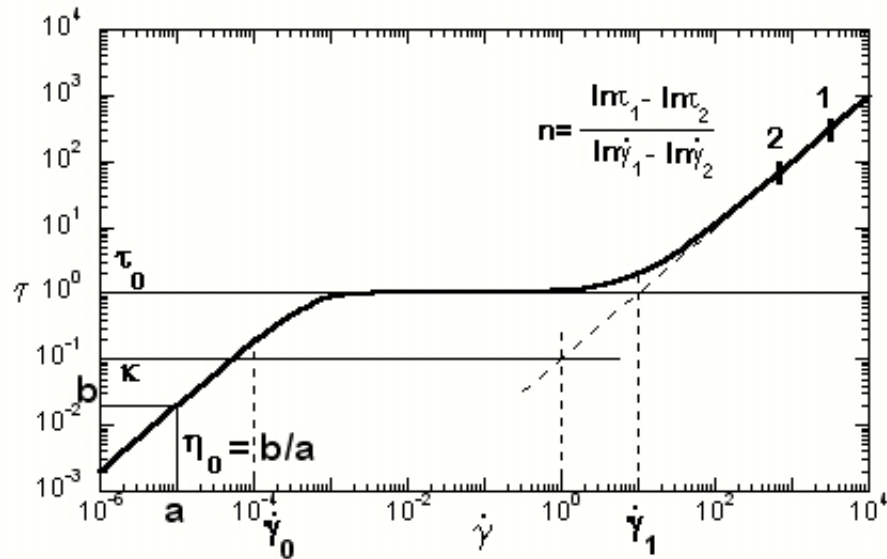


Figura 2.1: Grafico da Tensão cisalhante, τ , versus intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, para o modelo SMD, em escala logaritmica.

$$\begin{aligned}
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \\
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} (1 - \exp(\frac{-\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})) (\frac{\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n}{\dot{\gamma}}) \\
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{(1 - \exp(\frac{-\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}))}{\frac{\dot{\gamma}}{(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n)}} \\
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\frac{\eta_0 \exp(\frac{-\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})}{\tau_0}}{\frac{(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n) - \dot{\gamma} \kappa n \dot{\gamma}^{n-1}}{(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n)^2}} \\
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \frac{\frac{\eta_0 \exp(\frac{-\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})}{\tau_0}}{\frac{\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n - n \kappa \dot{\gamma}^n}{(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n)^2}} \\
 \lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta &= \frac{\eta_0 / \tau_0}{\tau_0 / \tau_0^2}
 \end{aligned}$$

$$\lim_{\dot{\gamma} \rightarrow 0} \eta = \eta_0 \quad (2.14)$$

Decorrente disso, o modelo SMD propõe para o cálculo de η_0 a Equação (2.15).

$$\eta_0 = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \cong \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}_0} \quad (2.15)$$

A região de jump é aquela na qual a tensão limite de escoamento é atingida. Nessa região o modelo prevê um considerável aumento na intensidade da taxa de deformação sem grandes efeitos na intensidade da tensão. Nesse contexto, a intensidade da taxa de deformação salta de um valor $\dot{\gamma}_0$ para um valor $\dot{\gamma}_1$ enquanto $\tau_1 \cong \tau_0$, como mostra a Figura (2.1). No presente trabalho, admite-se a intensidade da taxa de deformação $\dot{\gamma}_1$ como intensidade da taxa de deformação característica do problema, assim $\dot{\gamma}_c = \dot{\gamma}_1$. Para a escolha da intensidade da tensão característica, τ_c , utiliza-se o fato de que $\tau_1 \cong \tau_0$ para admitir que $\tau_c = 2\tau_0$. Admitindo também que $\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} \rightarrow \infty$, calcula-se $\dot{\gamma}_c$ conforme mostra a Equação (2.16):

$$2\tau_0 = \tau_c,$$

$$2\tau_0 = \tau_0 - \tau_0 \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_c}{\tau_0}\right) + (1 - \exp\left(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_c}{\tau_0}\right)) \kappa \dot{\gamma}_c^n$$

utilizando a Equação (2.15)

$$\kappa \dot{\gamma}_c^n (1 - \exp\left(-\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0}\right)) = \tau_0 + \tau_0 \exp\left(-\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0}\right)$$

$$\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_0}{\kappa}\right)^{\frac{1}{n}} \left(\frac{1 + \frac{1}{\exp\left(\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0}\right)}}{1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0}\right)}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\dot{\gamma}_c \cong \left(\frac{\tau_0}{\kappa}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (2.16)$$

O salto na taxa de deformação origina um parâmetro reológico adimensional chamado jump (J) calculado como:

$$J = \frac{\dot{\gamma}_c - \dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}_0} = \frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} - 1 \quad (2.17)$$

utilizando a Equação (2.15)

$$J = \frac{\eta_0}{\tau_0} \dot{\gamma}_c - 1 \quad (2.18)$$

utilizando a Equação (2.16)

$$J = \frac{\left(\frac{1-n}{n}\right) \eta_0 \tau_0}{\kappa \left(\frac{1}{n}\right)} \quad (2.19)$$

A região power-law é aquela na qual as tensões τ estão acima da tensão característica do escoamento τ_c . Nessa região, a medida que $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ tem-se que $(1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0})) \rightarrow 1$. Sob essas condições o modelo SMD fica representado por $\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$ e portanto a função viscosidade recupera o modelo de Herschel-Bulckley, como mostra a Equação (2.20).

$$\eta = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \kappa \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.20)$$

Os diferentes comportamentos que um fluido viscoplástico pode ter com o aumento da intensidade da taxa de deformação, $\dot{\gamma}$, é influenciado pelo parâmetro reológico n . Para $n = 1$, tem-se que o fluido comporta-se como um plástico ideal. Para $n < 1$ tem-se uma diminuição da viscosidade com o aumento da intensidade da taxa de deformação, esse comportamento é denominado pseudo-plástico. Para $n > 1$ tem-se um aumento da viscosidade com o aumento da intensidade da taxa de deformação, esse comportamento é denominado dilatante.

Na região power-law o índice de consistência do material é obtido traçando-se uma reta tangente à região power-law, representada por $\tau = \kappa \dot{\gamma}^n$, até interceptar com a reta paralela ao eixo τ em $\dot{\gamma} = 1s^{-1}$, sob essas condições tem-se $\tau = \kappa$ com podemos ver na Figura (2.1). Finalmente,

n pode ser obtido definindo-se dois pontos sobre a região power-law e obtendo-se uma inclinação

$$n = \frac{\ln \tau_2 - \ln \tau_1}{\ln \dot{\gamma}_2 - \ln \dot{\gamma}_1}.$$

O modelo SMD define portanto três regiões. A região newtoniana, na qual $\tau < \tau_0$, a região de jump, na qual $\tau_0 \leq \tau \leq 2\tau_0$, e a região power-law, na qual $\tau > 2\tau_0$

2.4 Condições de Contorno

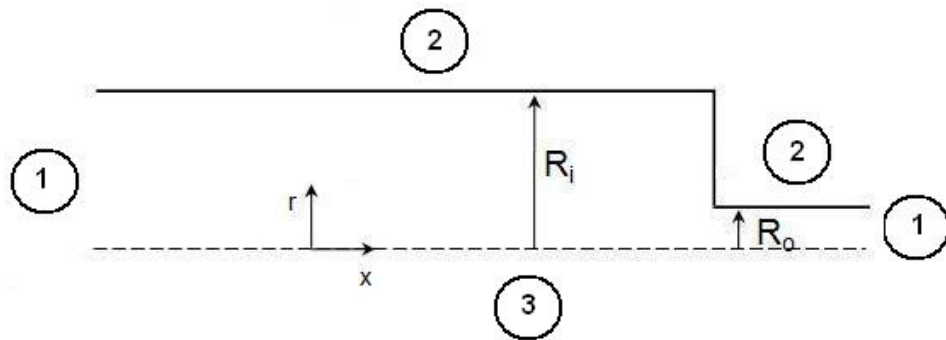


Figura 2.2: Domínio físico mostrando as condições de contorno

Nos contornos (1), o escoamento é desenvolvido com pressão a montante, P_i , e a jusante, P_o , prescritas.

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0, P_i = P \text{ e } P_o = p$$

As paredes do tubo, contorno (2), são impermeáveis e não há deslizamento do fluido.

$$u = v = 0$$

Ao longo do eixo de simetria, contorno (3), não existe tensão de escoamento e velocidade radial.

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \cdot \mathbf{t} = 0 \text{ e } \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0$$

2.5 Adimensionalização

Define-se nessa seção as dimensões características do problema para adimensionalizar as equações governantes. Do processo de adimensionalização surgem naturalmente os parâmetros adimensionais que regem o problema.

Para o processo de adimensionalização deve-se escolher um conjunto de parâmetros característicos do problema. No presente trabalho os parâmetros característicos são escolhidos como proposto por Souza Mendes [16].

Escolhe-se como comprimento característico do problema o raio do tubo a jusante . Assim, a forma adimensional das coordenadas x e y são com mostra a Equação (2.21).

$$x^* = \frac{x}{R_0} \quad \text{e} \quad r^* = \frac{r}{R_0} \quad (2.21)$$

As dimensões escolhidas para adimensionalizar os componentes u e v da velocidade é o produto da taxa de deformação característica, calculada com na Equação (2.16), pelo raio do duto à jusante. Portanto, os componentes adimensionais da velocidade são calculadas conforme a Equação (2.22).

$$u^* = \frac{u}{R_0 \dot{\gamma}_c} \quad \text{e} \quad v^* = \frac{v}{R_0 \dot{\gamma}_c} \quad (2.22)$$

Na adimensionalização dos componentes do tensor extra tensão e da pressão, utiliza-se τ_0 com tensão característica.

$$\tau^* = \frac{\tau}{\tau_0} \quad \text{e} \quad p^* = \frac{p}{\tau_0} \quad (2.23)$$

O parâmetro adimensional τ_c^* é um parâmetro adimensional característico do escoamento que é calculado pela razão entre a tensão cisalhante na parede do duto a jusante, τ_c , e a tensão característica do problema τ_0 . A tensão cisalhante na parede do duto a jusante, τ_c , é obtida pela

solução numérica da equação de momento na região de escoamento desenvolvido, como mostra a Equação (2.24).

$$\tau_c^* = \frac{\tau_c}{\tau_0} = \frac{\frac{\partial p}{\partial x} \frac{R_0}{2}}{\tau_0} \quad (2.24)$$

Ao adimensionalizar a viscosidade, utiliza-se a viscosidade característica do problema calculada como: $\eta_c = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}_1}$. Portanto a viscosidade adimensional é calculada conforme mostra a Equação (2.25)

$$\eta^* = \frac{\eta}{\eta_c} = \frac{\dot{\gamma}_1}{\tau_0} \eta \quad (2.25)$$

Estabelecidas as dimensões característica do problema, faz-se a adimensionalização das equações que governam o problema.

Com a adimensionalização do modelo constitutivo chega-se a Equação (2.26).

$$\tau^* = \eta^*(\dot{\gamma}^*)\dot{\gamma}^* \quad (2.26)$$

Com a adimensionalização da função viscosidade chega-se a Equação (2.27).

$$\begin{aligned}
\eta &= \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \\
\eta &= \frac{1}{\dot{\gamma}}(1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau_0}))(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}^n) \\
\eta^* \eta_c &= \frac{1}{\dot{\gamma}^* \dot{\gamma}_1}(1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_1}{\tau_0} \dot{\gamma}^*))(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}_1^n \dot{\gamma}^{*n}) \\
\eta^* \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}_1} &= \frac{1}{\dot{\gamma}^* \dot{\gamma}_1}(1 - \exp(-\frac{\eta_0 \dot{\gamma}_1}{\tau_0} \dot{\gamma}^*))(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}_1^n \dot{\gamma}^{*n})
\end{aligned}$$

utilizando a Equação (2.19)

$$\begin{aligned}
\eta^* &= \frac{1}{\tau_0 \dot{\gamma}^*}(1 - \exp(-(J+1)\dot{\gamma}^*))(\tau_0 + \kappa \dot{\gamma}_1^n \dot{\gamma}^{*n}) \\
\eta^* &= (1 - \exp(-(J+1)\dot{\gamma}^*))(\frac{1}{\dot{\gamma}^*} + \frac{\kappa}{\tau_0} \dot{\gamma}_1^n \dot{\gamma}^{*(n-1)})
\end{aligned}$$

utilizando a Equação (2.16)

$$\eta^* = (1 - \exp(-(J+1)\dot{\gamma}^*))(\frac{1}{\dot{\gamma}^*} + \dot{\gamma}^{*(n-1)}) \quad (2.27)$$

Com a adimensionalização da equação da continuidade e da equação da conservação da quantidade de movimento chega-se as Equações (2.28), (2.29) e (2.30) respectivamente.

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (2.28)$$

direção r

$$\frac{\rho R_0 (\dot{\gamma}_c R_0)}{\eta_c} \left(v^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* \tau_{rr}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(\tau_{xr}^*)}{\partial x^*} \right) + \frac{\rho R_0^2 g_r}{\eta_c (\dot{\gamma}_c R_0)} \quad (2.29)$$

direção x

$$\frac{\rho R_0 (\dot{\gamma}_c R_0)}{\eta_c} \left(v^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} \right) = -\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* \tau_{rx}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(\tau_{xx}^*)}{\partial x^*} \right) + \frac{\rho R_0^2 g_x}{\eta_c (\dot{\gamma}_c R_0)} \quad (2.30)$$

Define-se portanto dois novos parâmetros adimensionais que governam o problema. Um deles é a razão entre as forças de inércia e as forças viscosas, calculado como na Equação (2.31). Esse parâmetro é conhecido como número de Reynolds reológico, Re_r , pois é obtido através dos parâmetros reológicos $\dot{\gamma}_c$ e η_c .

$$Re_r = \frac{\rho R_0 (\dot{\gamma}_c R_0)}{\eta_c} \quad (2.31)$$

Outro parâmetro adimensional que governa o problema é a razão entre as forças de corpo e as forças viscosas, calculado como na Equação (2.32)

$$Q = \frac{\rho R_0^2 g}{\eta_c (\dot{\gamma}_c R_0)} \quad (2.32)$$

O presente trabalho considera inicialmente um escoamento de um fluido muito viscoso e em baixas vazões. Portanto, o número de Reynolds pode ser considerado desprezível. Ainda tratando-se de um escoamento horizontal, a força de corpo é incorporada numa pressão modificada.

Portanto, as equações governantes do problema tomam a forma final conforme as Equações (2.33), (2.34), (2.35) e (2.36).

Equação da Continuidade:

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* v^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(u^*)}{\partial x^*} = 0 \quad (2.33)$$

Equação da conservação da quantidade de movimento:

direção r

$$-\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* \tau_{rr}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(\tau_{xr}^*)}{\partial x^*} \right) = 0 \quad (2.34)$$

direção x

$$-\frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \left(\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* \tau_{rx}^*)}{\partial r^*} + \frac{\partial(\tau_{xx}^*)}{\partial x^*} \right) = 0$$

Modelo Constitutivo:

$$\boldsymbol{\tau}^* = \eta^*(\dot{\gamma}^*)\dot{\gamma}^* \quad (2.35)$$

Função Viscosidade:

$$\eta^* = (1 - \exp(-(J + 1)\dot{\gamma}^*))\left(\frac{1}{\dot{\gamma}^*} + \dot{\gamma}^{*(n-1)}\right) \quad (2.36)$$

Capítulo 3

Formulação Numérica

O método de elementos finitos com a aproximação de Galerkin é utilizado para a solução do problema. Neste método, as variáveis são representadas em termos de funções de base previamente conhecidas como mostra a Equação (3.1).

$$u = \sum U_j \phi_j \quad ; \quad v = \sum V_j \phi_j \quad ; \quad p = \sum P_j \chi_j \quad (3.1)$$

Funções base biquadráticas (ϕ_j) são usadas para representar o campo de velocidades e funções descontínuas lineares (χ_j) para discretizar os campos de pressão.

Aparecem portanto, como variáveis do problema, os coeficientes da expansão :

$$\mathbf{C} = [U_j \quad V_j \quad P_j]^T \quad (3.2)$$

As equações de resíduo correspondentes ao método de Galerkin são:

$$R_{mx}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xx} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{xr} \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} - f_x^i \quad (3.3)$$

$$R_{mr}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xr} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{rr} + \frac{\phi_i}{r} T_{\theta\theta} \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} - f_r^i \quad (3.4)$$

$$R_c^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\chi_i \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) \right] r \|\mathbf{J}\| d\bar{\Omega} \quad (3.5)$$

Onde $f_x^i = \int_{\Gamma} \mathbf{e}_x \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma}$ e $f_r^i = \int_{\Gamma} \mathbf{e}_r \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\Gamma}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma}$ são os componentes de força nos contornos nas direções axial e radial respectivamente e $|\mathbf{J}|$ é o determinante do Jacobiano de transformação de coordenadas .

Uma vez que todas as variáveis são representadas em termos das funções das bases, o sistema de equações diferenciais parciais se reduz a um sistema de equações algébrico, onde os coeficientes de expansão são as variáveis que se necessitam calcular. Este problema agora constitui um sistema de equações não lineares com uma matriz esparsa.

Usa-se o método de Newton para solução do sistema de equações não lineares. A cada interação de Newton é resolvido um sistema linear usando um solver frontal. O domínio é dividido em 2270 elementos que correspondem a 3801 nós e 25404 graus de liberdade resultando na malha da Figura (3.1).

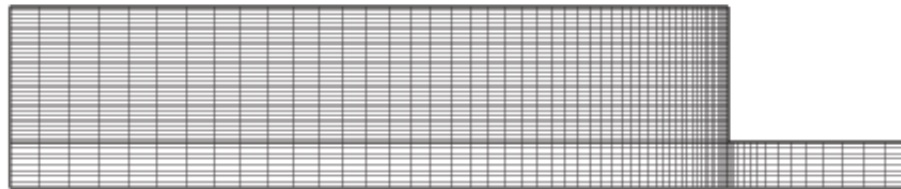


Figura 3.1: Malha eleita para a resolução do problema.

O método de Newton, usado na solução do sistema de equações não lineares, necessita de uma boa aproximação inicial para a convergência do problema. Para a obtenção da solução do problema proposto, resolve-se uma série de problemas preliminares, obtendo-se, portanto, as boas aproximações iniciais necessárias. Esta série consiste na solução de casos iniciais mais simples até que se chegue à solução do problema de interesse. A cada passo a solução encontrada é dada como aproximação inicial para próximo passo.

3.1 Teste de Malha

O primeiro teste de malha é baseado no cálculo do produto $\mathcal{F}Re$, conforme proposto por Soares *et al.* [13]. Os autores mostram que se convenientemente escolhido o produto é sempre igual a 64, independente do fluido ou da geometria.

Considerando-se o escoamento de um fluido newtoniano em uma região desenvolvida na qual D é o diâmetro do duto e \bar{u} é a velocidade média, o número de Reynolds é calculado com na Equação (3.6).

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu} = \frac{8 \rho \bar{u}^2}{\mu \left(\frac{8\bar{u}}{D}\right)} \quad (3.6)$$

Esta representação é mais significativa por tratar-se realmente da razão entre forças de inércia, $8\rho\bar{u}^2$, e forças viscosas $\mu\left(\frac{8\bar{u}}{D}\right) = \tau_s$. Generalizando-se para o escoamento de um fluido qualquer, τ_s representa a tensão cisalhante na parede do duto em uma região de escoamento desenvolvido.

O fator de atrito, \mathcal{F} , é usualmente definido como mostra a Equação (3.7).

$$\mathcal{F} = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} D}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2} \quad (3.7)$$

Assim, o produto $\mathcal{F}Re$ para a região desenvolvida de um escoamento qualquer é definido como mostra a Equação (3.8).

$$\mathcal{F}Re = \frac{8\rho\bar{u}^2}{\mu \frac{D}{8\bar{u}}} \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} D}{\frac{1}{2} \rho \bar{u}^2} = \frac{-16 \frac{\partial p}{\partial x} D}{\tau_s} \quad (3.8)$$

Utilizando-se as equações da conservação da quantidade de movimento para a região desenvolvida do escoamento chega-se que $\tau_s = -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{D}{4}$. Em consequência disso conclui-se que $\mathcal{F}Re = 64$. Portanto, no processo de seleção da malha apropriada ao problema, calcula-se inicialmente o valor de τ_s , utilizando-se o modelo constitutivo SMD, para cada malha apresentada. Depois

calcula-se o produto $\mathcal{F}Re$ conforme mostra a Equação (3.8). As malhas que apresentam um valor muito distante de 64 não devem ser utilizadas na resolução do problema.

Na Tabela (3.1) encontram-se as diferenças entre as malhas inicialmente propostas, malha 1 e malha 2, e a malha eleita para a resolução numérica do problema em questão.

Tabela 3.1: Comparação entre as malhas propostas para a solução do problema.

	malha 1	malha 2	malha eleita
número de elementos	250	350	2.270
número de nós	1.081	1.491	3.801
graus de liberdade	2.912	4.032	25.404
$\mathcal{F}Re$	16,119	19,046	63,323

Para o cálculo de $\mathcal{F}Re$ utiliza-se um escoamento de um fluido não newtoniano com os valores de $J = 1.000$ e $n = 1$. Nas Figuras (3.2) e (3.4) encontram-se as malhas descartadas por apresentarem $\mathcal{F}Re$ muito diferente de 64.

Outro critério utilizado na escolha da malha é a observação das linhas de corrente. Esse critério é utilizado para visualizar as regiões que necessitam de refinamento da malha. Por tratar-se de uma contração abrupta, espera-se a formação de recirculação próxima à região da contração, portanto um refinamento nessa região é de grande importância para a obtenção de dados representativos. Todos os testes para o refinamento da malha, foram realizados para um escoamento newtoniano.

Na Figura (3.2) observa-se o refinamento proposto para a primeira malha. Para esse refinamento da malha não há um bom comportamento das linhas de corrente próximas à região da contração, como pode-se notar na Figura (3.3).

Na Figura (3.4) observa-se o refinamento proposto para a segunda malha. Para esse refinamento nota-se uma melhora no comportamento das linhas de corrente em relação ao refina-

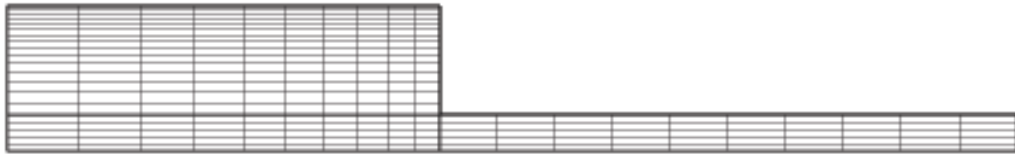


Figura 3.2: Primeira malha proposta para a resolução do problema.

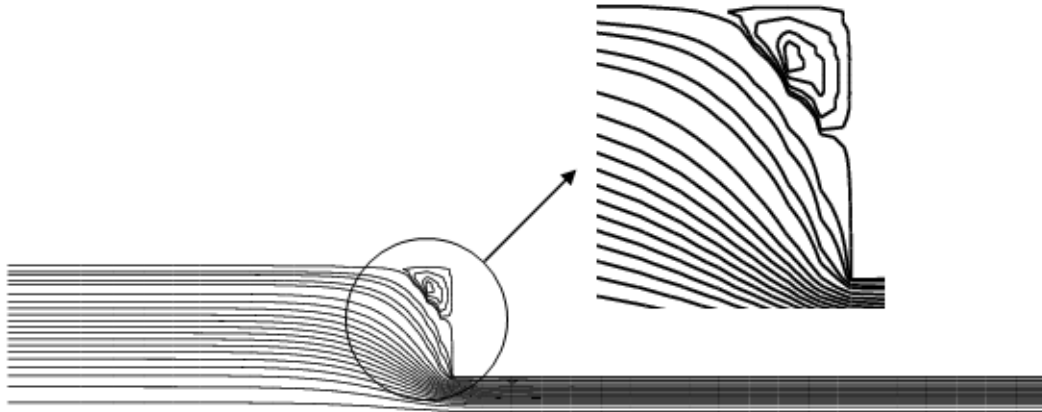


Figura 3.3: Primeira malha proposta para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido newtoniano.

mento proposto inicialmente. Na Figura (3.5) encontra-se as linhas de corrente para a segunda malha proposta para a resolução do problema.

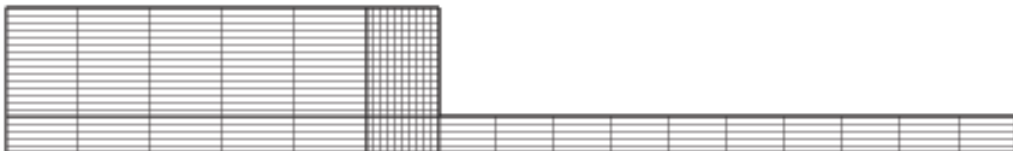


Figura 3.4: Segunda malha proposta para a resolução do problema.

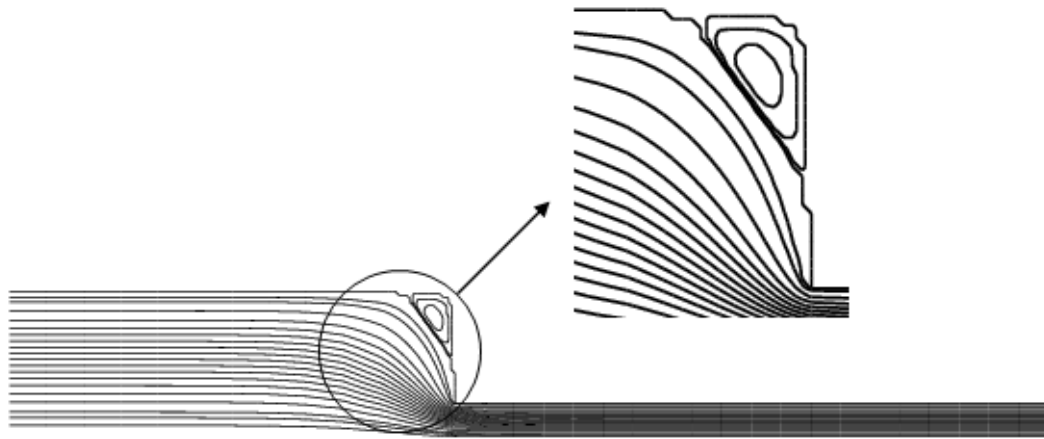


Figura 3.5: Segunda malha proposta para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido newtoniano.

Na Figura (3.6) observa-se o refinamento da malha eleita para a análise do problema proposto. Na Figura (3.7) nota-se uma melhora significativa do comportamento das linhas de corrente, em relação às malhas propostas anteriormente.

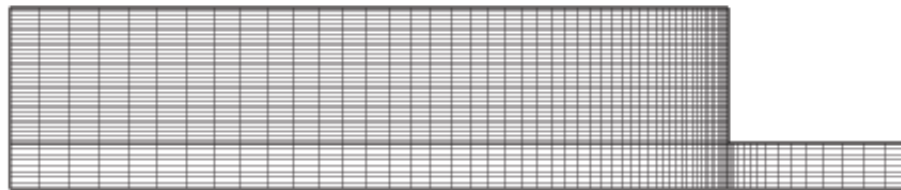


Figura 3.6: Malha eleita para a resolução do problema.

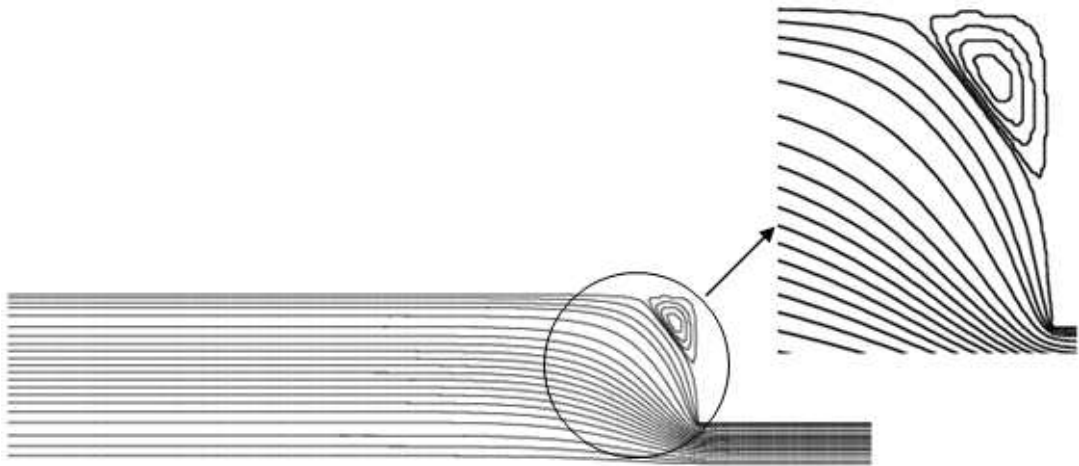


Figura 3.7: Malha eleita para a resolução do problema mostrando as linhas de corrente para o escoamento de um fluido Newtoniano.

Finalmente, pela utilização dos dois critérios mencionados acima chega-se a conclusão de que a malha representada na Figura (3.6) é uma boa escolha para a análise do problema em questão.

Capítulo 4

Resultados

Apresentam-se aqui os resultados que se obtém através da técnica numérica descrita no capítulo anterior. O presente trabalho focaliza sua análise nos campos de tensão e taxa de deformação, no perfil de velocidade na entrada do duto e na queda de pressão ao longo da linha de simetria do escoamento. Os dados obtidos não são adimensionais e consideram Re desprezível, $\tau_0 = 0.5$ e $\kappa = 1$. Os parâmetros analisados são os parâmetros reológicos J e n , e o parâmetro de escoamento τ_c^* . O efeito do J é analisado para os valores 10; 100; 1.000 e 2.500; o efeito de n é analisado para os valores 1; 0,9; 0,8 e 0,7, e o efeito de τ_c^* é analisado para os valores 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100 e 200. Sendo o modelo SMD recentemente proposto, existem poucos trabalhos que podem ser utilizados para a comparação dos resultados.

4.1 Análise do campo de taxa de deformação.

Nas Figuras (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) e (4.6) encontram-se os campos de taxa de deformação do escoamento proposto pelo presente trabalho na forma dimensional.

Cada uma dessas figuras está dividida em duas colunas. Na primeira coluna, que encontra-se à esquerda, o campo de taxa de deformação está dividido em três bandas : $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$,

$\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$. O propósito dessa divisão é facilitar a visualização das três regiões em que o modelo SMD é dividido. Na segunda coluna, que encontra-se à direita, o campo de taxa de deformação está representado com maior número de bandas, o propósito dessa divisão é facilitar a visualização dos diversos valores da taxa de deformação no campo do escoamento.

O efeito do parâmetro de escoamento τ_c^* sobre o campo de taxa de deformação pode ser analisado nas Figuras (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4) cujos valores para J são 10, 100, 1.000 e 2.500 respectivamente. Para cada uma dessas figuras $n = 1$ e o valor de τ_c^* aumenta de cima para baixo admitindo os valores 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100 e 200. A análise dessas figuras mostra o mesmo resultado, o aumento do valor de τ_c^* promove uma diminuição da região plástica, região na qual $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$, acompanhada do afastamento dessa mesma região das paredes do duto. Isso ocorre pois, dado que τ_0 é fixo, o aumento de $\tau_c^* = \frac{\tau_c}{\tau_0}$ representa um aumento de τ_c , como τ_c é a maior tensão do domínio, é de se esperar que o fluido plastifique mais longe da parede, diminuindo a região em que este fenômeno ocorre.

O efeito do parâmetro reológico J sobre o campo de taxa de deformação pode ser analisado na Figura (4.5) cujos valores de n e τ_c^* são fixados em 1 e 10 respectivamente. Para a Figura (4.5) o valor de J aumenta de cima para baixo admitindo os valores 10; 100; 1.000 e 2.500. A análise dessa figura mostra que a região power-law mantém-se inalterada com a variação do valor de J . Isso ocorre pois fixado o valor de n mantém-se fixo o valor de $\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_0}{\kappa}\right)^{\frac{1}{n}}$, assim o aumento do valor de $J = \frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} - 1$ promove uma diminuição proporcional no valor de $\dot{\gamma}_0$, por isso é de se esperar que o aumento da região de jump promove uma diminuição da região newtoniana sem influência na região power-law. Pode-se obter o mesmo resultado da análise das Figuras (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10) para os demais valores de τ_c^* , para isso basta fazer a comparação de suas respectivas linhas.

O efeito do parâmetro reológico n sobre o campo de taxa de deformação pode ser

analisado na Figura (4.6) cujos valores de τ_c^* e J são fixados em 10 e 2.500 respectivamente. Para a Figura (4.6) o valor de n diminui de cima para baixo admitindo os valores 1; 0,9; 0,8 e 0,7 respectivamente. A análise dessa figura mostra que o aumento do parâmetro n promove um aumento da região plástica. Isso ocorre pois o aumento do valor de n promove uma diminuição do valor de $\dot{\gamma}_c = \left(\frac{\tau_0}{\kappa}\right)^{\frac{1}{n}}$, portanto para manter fixo o valor de $J = \frac{\dot{\gamma}_c}{\dot{\gamma}_0} - 1$ há um aumento do valor de $\dot{\gamma}_0$, por isso é de se esperar que a diminuição da região power-law promove um aumento da região newtoniana sem influência na região de jump.

A influência dos parâmetros reológicos J e n e do parâmetro de escoamento τ_c^* percebidos pelo presente trabalho está no mesmo sentido da indicada pelo estudo desempenhado por Souza Mendes *et al* [14].

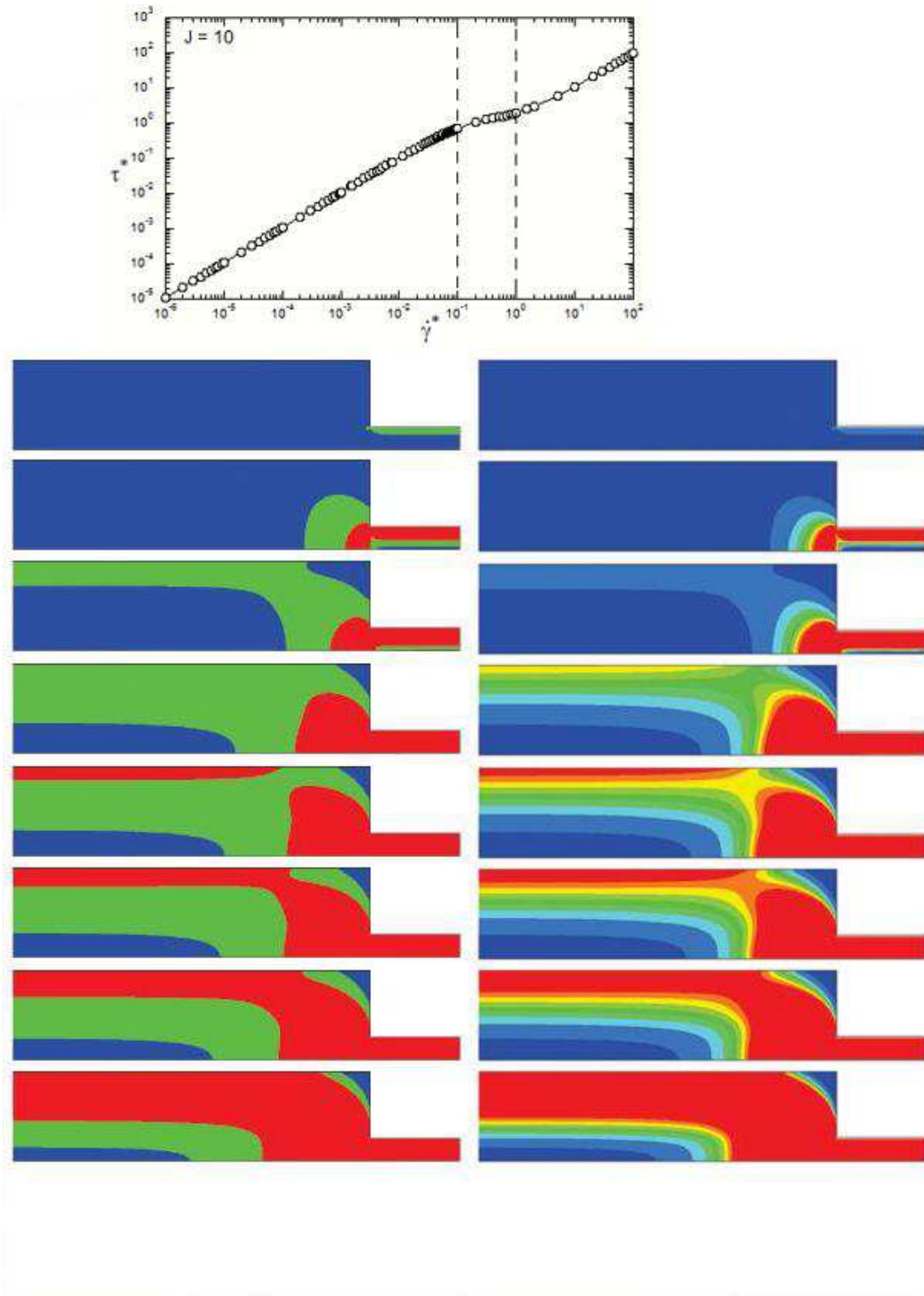


Figura 4.1: Para $J = 10$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

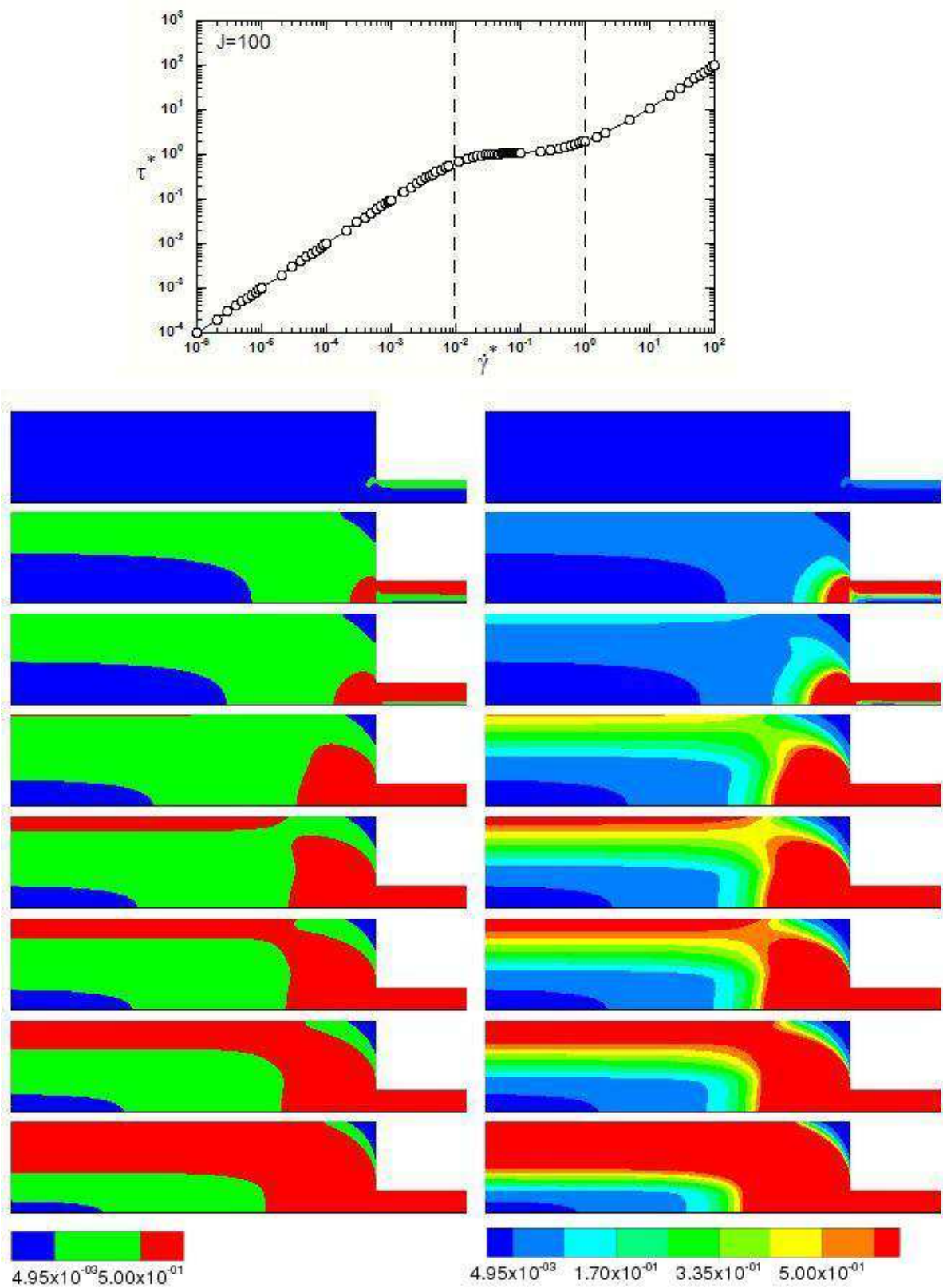


Figura 4.2: Para $J = 100$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

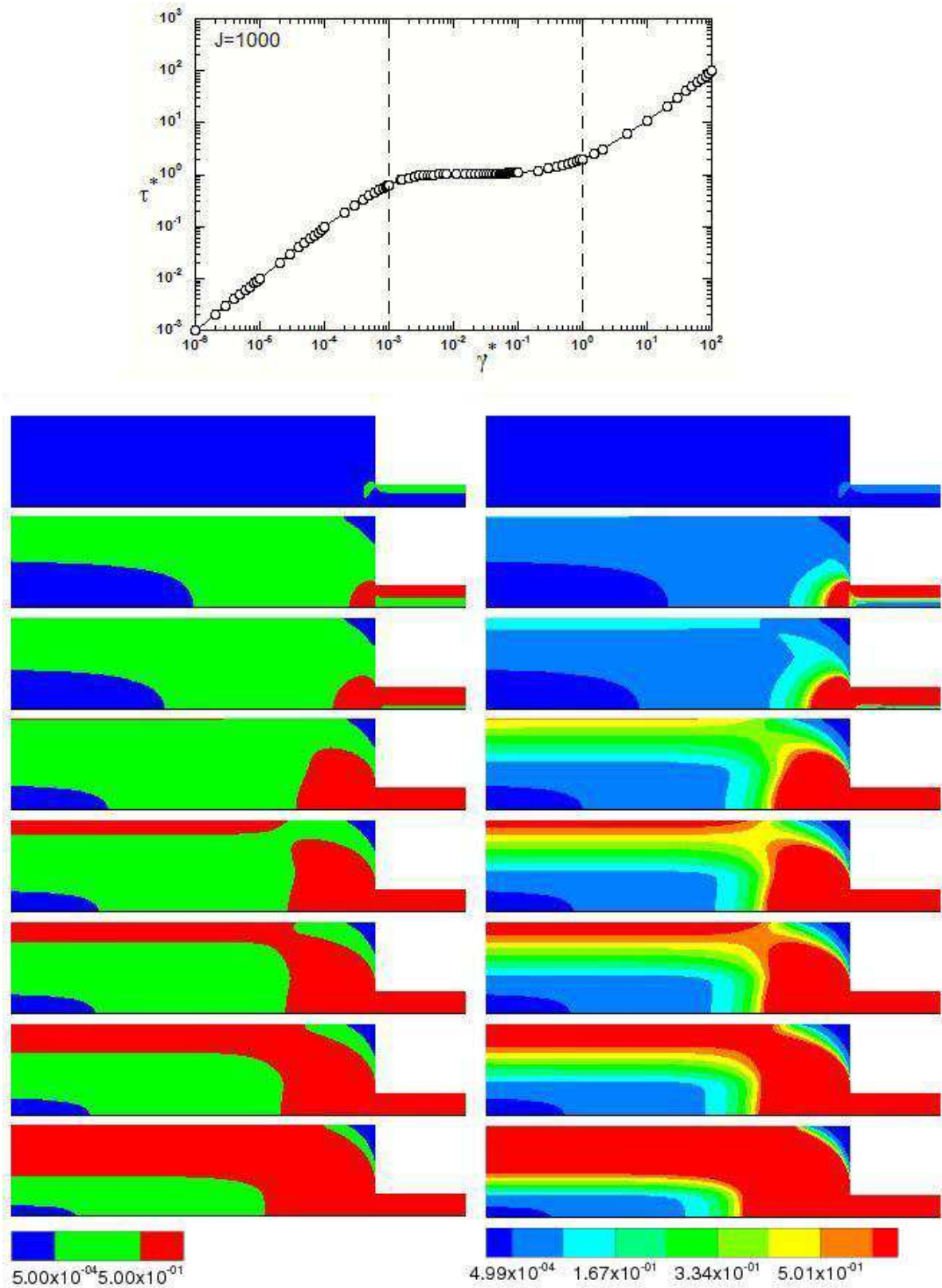


Figura 4.3: Para $J = 1000$, e $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

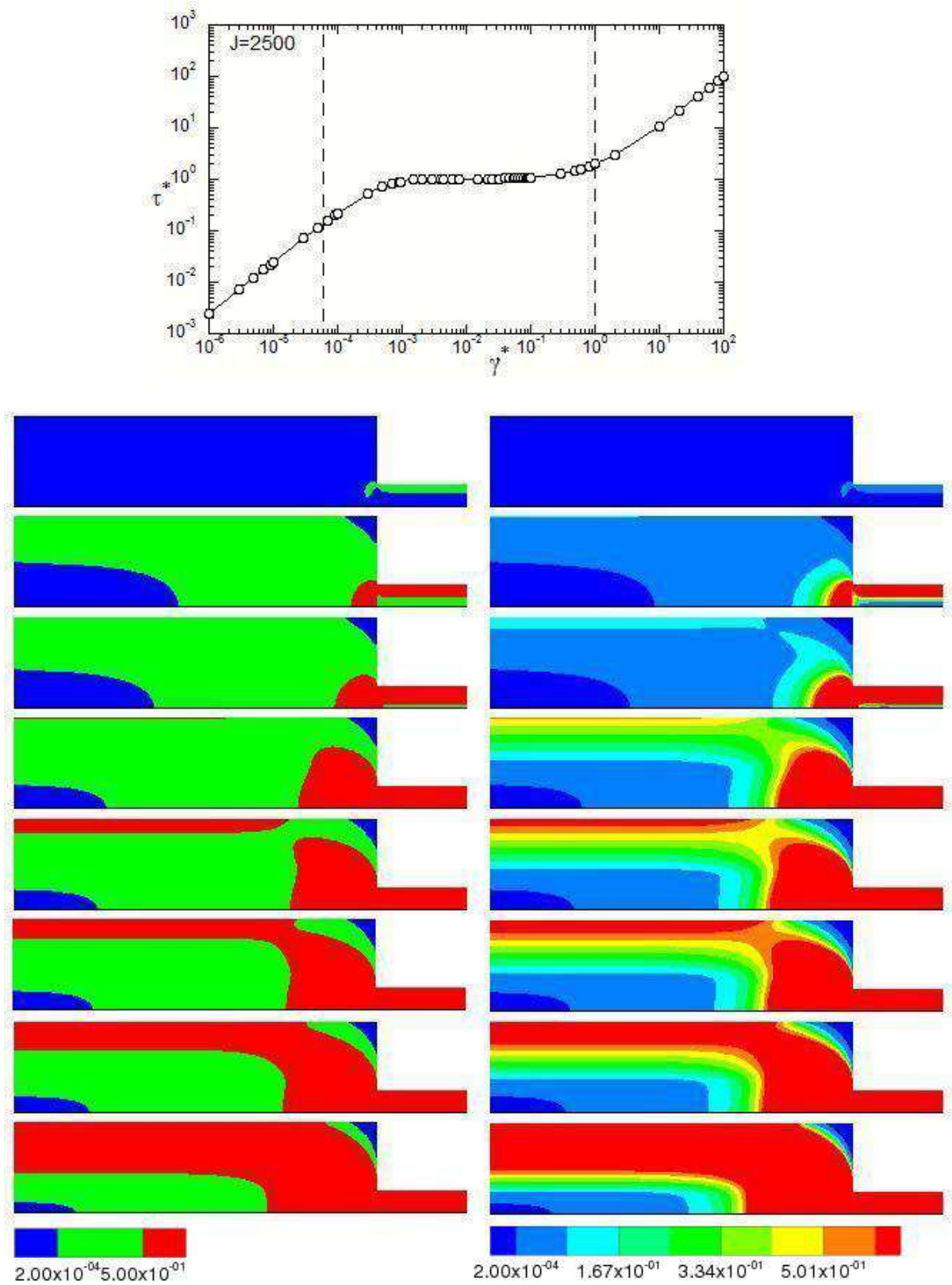


Figura 4.4: Para $J = 2500$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

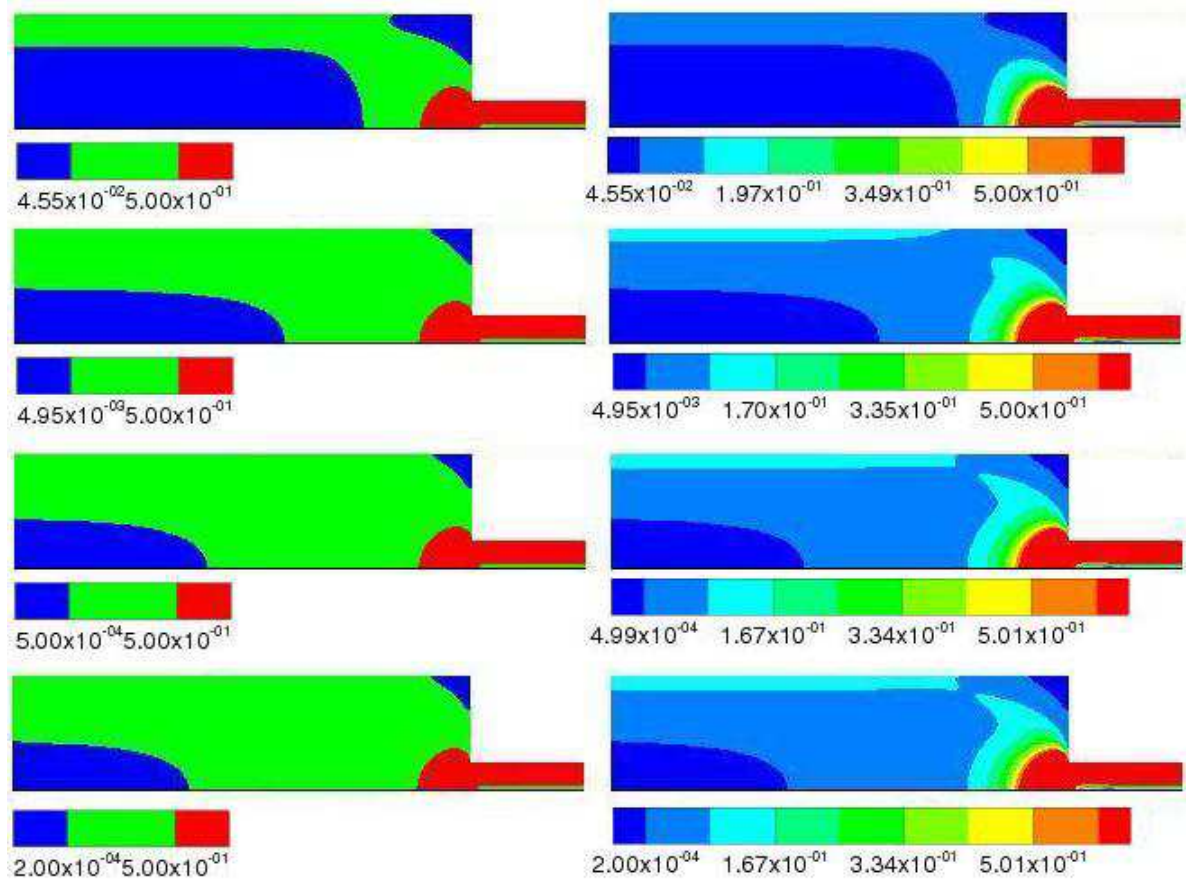


Figura 4.5: Para $n = 1$, $\tau_c^* = 10$ e $J = 10; 100; 1.000; 2.500$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

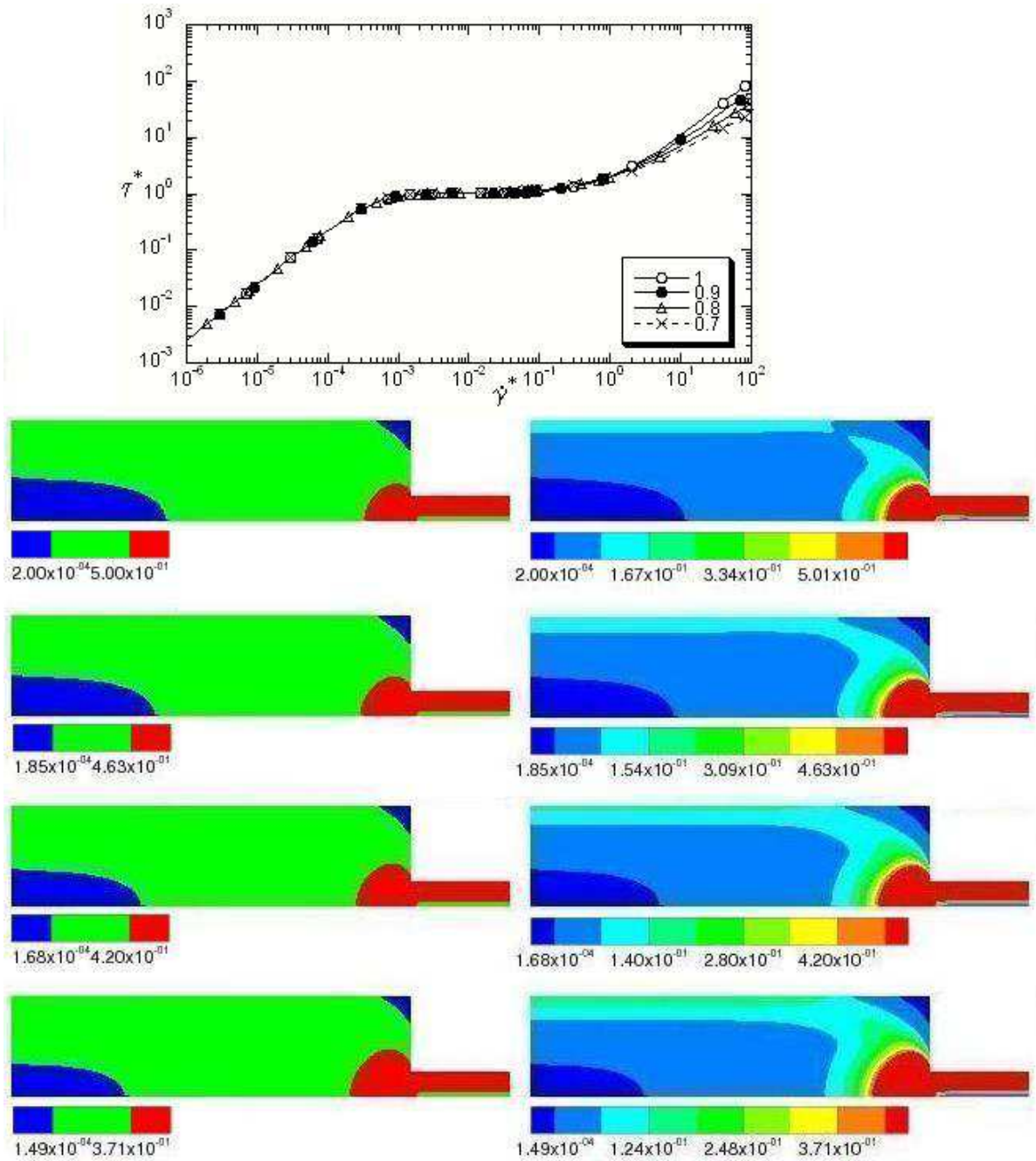


Figura 4.6: Para $J = 2500$, $\tau_c^* = 10$ e $n = 1; 0,9; 0,8; 0,7$. (a) Isobandas de taxa de deformação dividida em três regiões: $\dot{\gamma} < \dot{\gamma}_0$, $\dot{\gamma}_0 < \dot{\gamma} < \dot{\gamma}_c$ e $\dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c$ (b) Isobandas de taxa de deformação $\dot{\gamma}$.

4.2 Análise do campo de tensão.

Nas Figuras (4.7), (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) e (4.12) encontram-se os campos de tensão do escoamento proposto pelo presente trabalho. Os campos de tensão não estão adimensionalizados, e apresentam 0,5 com valor da tensão limite de cisalhamento, $\tau_0 = 0,5$.

Cada uma dessas figuras está dividida em duas colunas. Na primeira coluna, que encontra-se à esquerda, o campo de tensão está dividido em três bandas de tensão: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > 2\tau_0$. O propósito dessa divisão é facilitar a visualização das três regiões em que o modelo SMD é dividido. Na segunda coluna, que encontra-se à direita, o campo de tensão é representado com maior número de bandas. O propósito dessa divisão é facilitar a visualização da distribuição das tensões no campo do escoamento.

O efeito do parâmetro de escoamento τ_c^* sobre o campo de tensão pode ser analisado nas Figuras (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10) cujos valores para J são 10; 100; 1.000 e 2.500 respectivamente. Para cada uma dessas figuras tem-se $n = 1$ e o valor de τ_c^* aumenta de cima para baixo admitindo os valores 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100 e 200. A análise dessas figuras mostram o mesmo resultado, o aumento do valor de τ_c^* promove um aumento significativo da região power-law, região em que $\tau > 2\tau_0$, ao mesmo tempo que promove uma diminuição das regiões de jump, $\tau_0 \leq \tau \leq 2\tau_0$, e newtoniana, $\tau < \tau_0$. Percebe-se também que para $\tau_c^* \geq 50$ o aumento da região power-law se deve principalmente à diminuição da região de jump ficando a região newtoniana pouco modificada.

O efeito do parâmetro reológico J sobre o campo de tensão pode ser analisado na Figura (4.11) cujos valores de n e τ_c^* são fixados em 1 e 10 respectivamente. Para a Figura (4.11) o valor de J aumenta de cima para baixo admitindo os valores 10; 100; 1.000 e 2.500. A análise dessa figura mostra que o aumento do valor de J promove um aumento na região de jump devido principalmente uma diminuição da região newtoniana. Percebe-se portanto que a variação do

parâmetro J não possui uma influência significativa na variação da região power-law. Pode-se obter o mesmo resultado da análise das Figuras (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10) para os demais valores de τ_c^* , para isso basta fazer a comparação de suas respectivas linhas.

O efeito do parâmetro reológico n sobre o campo de tensão pode ser analisado na Figura (4.12) cujos valores de τ_c^* e J são fixados em 10 e 2.500 respectivamente. Para a Figura (4.12) o valor de n diminui de cima para baixo admitindo os valores 1; 0,9; 0,8 e 0,7 respectivamente. A análise dessa figura mostra que o aumento do valor de n promove um aumento da região newtoniana devido principalmente a diminuição da região de jump. Percebe-se portanto que a variação do parâmetro n , assim como a variação do parâmetro J , não possui influência significativa na variação da região power-law.

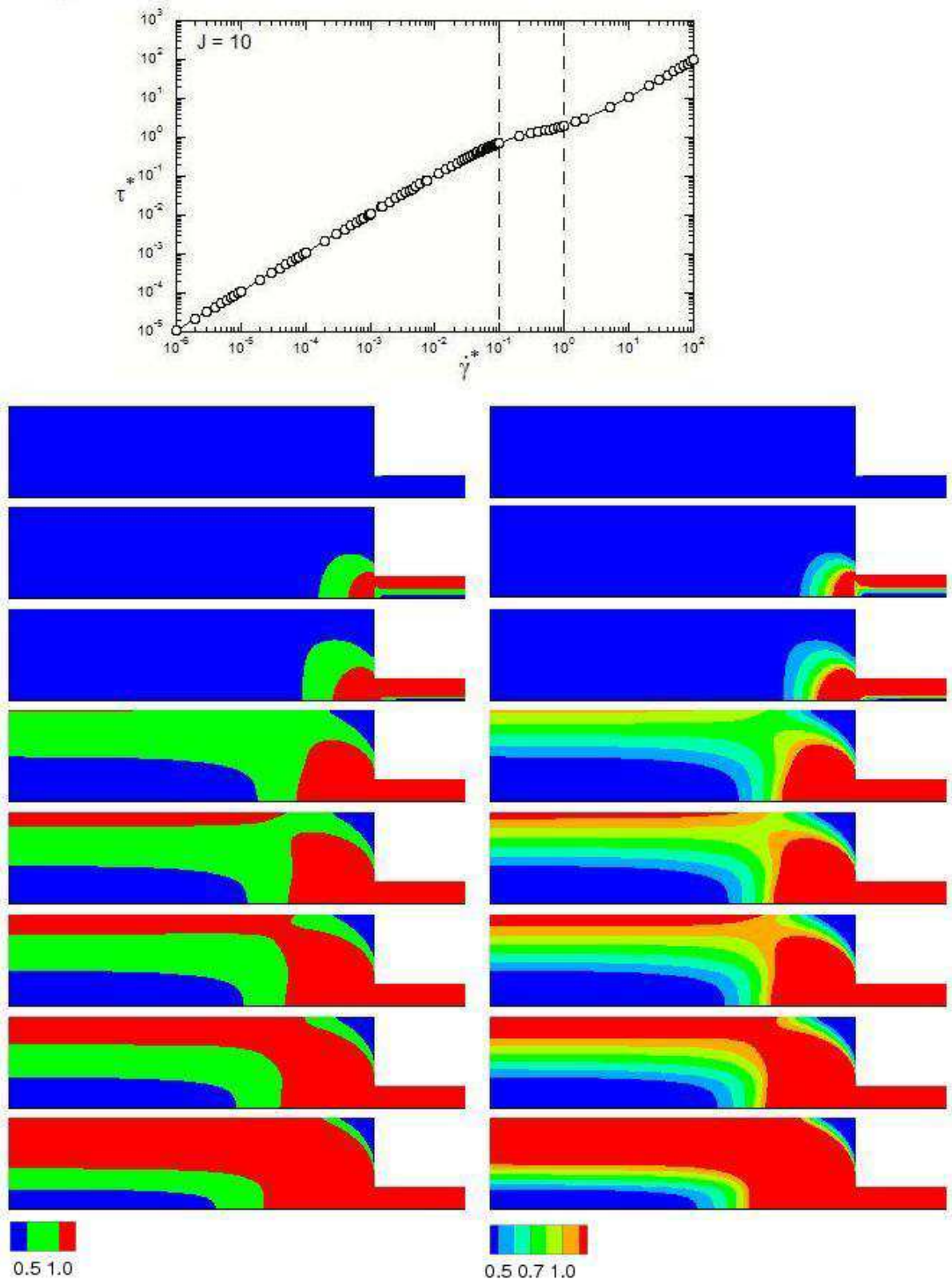


Figura 4.7: Para $J = 10$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

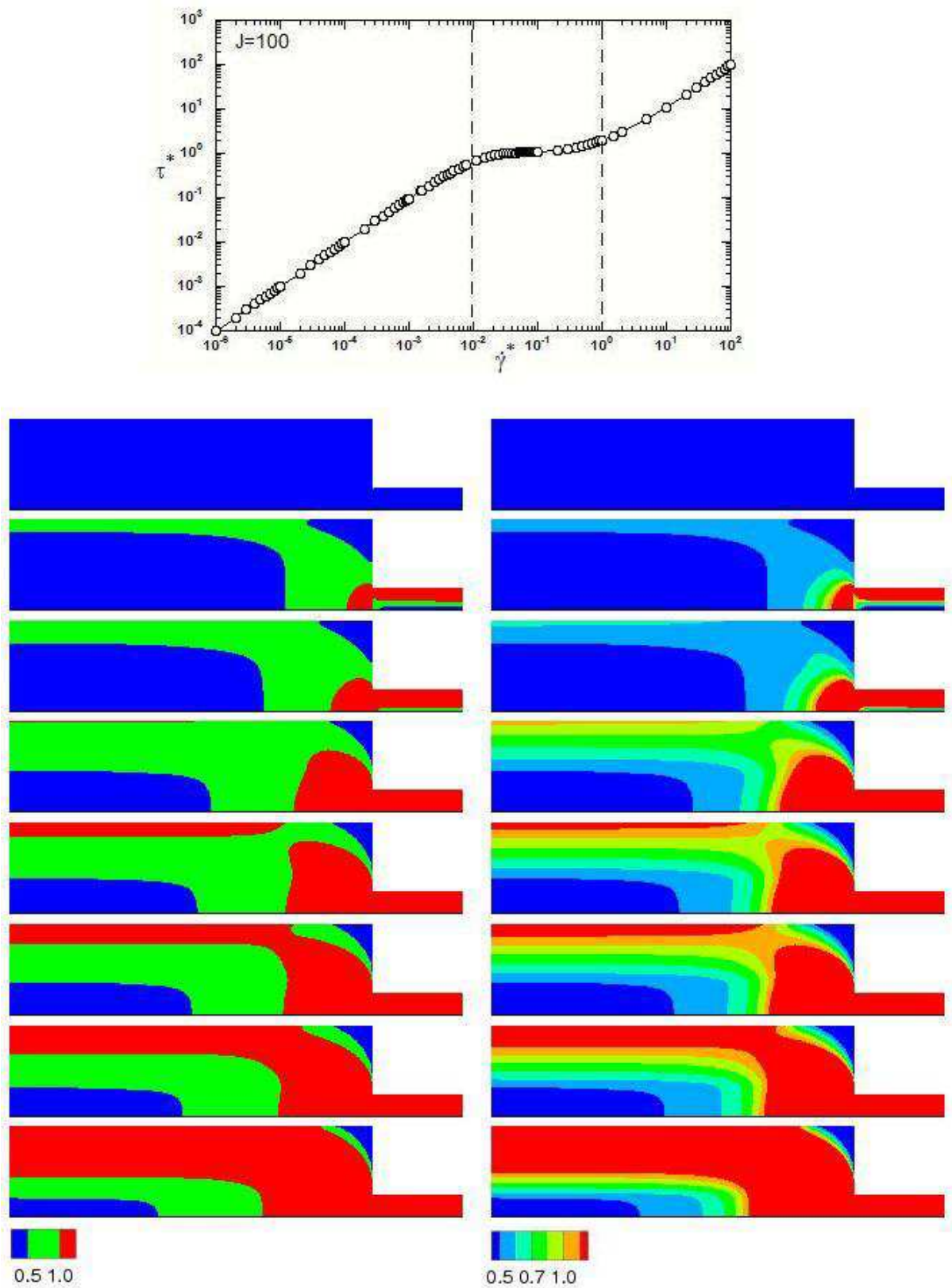


Figura 4.8: Para $J = 100$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

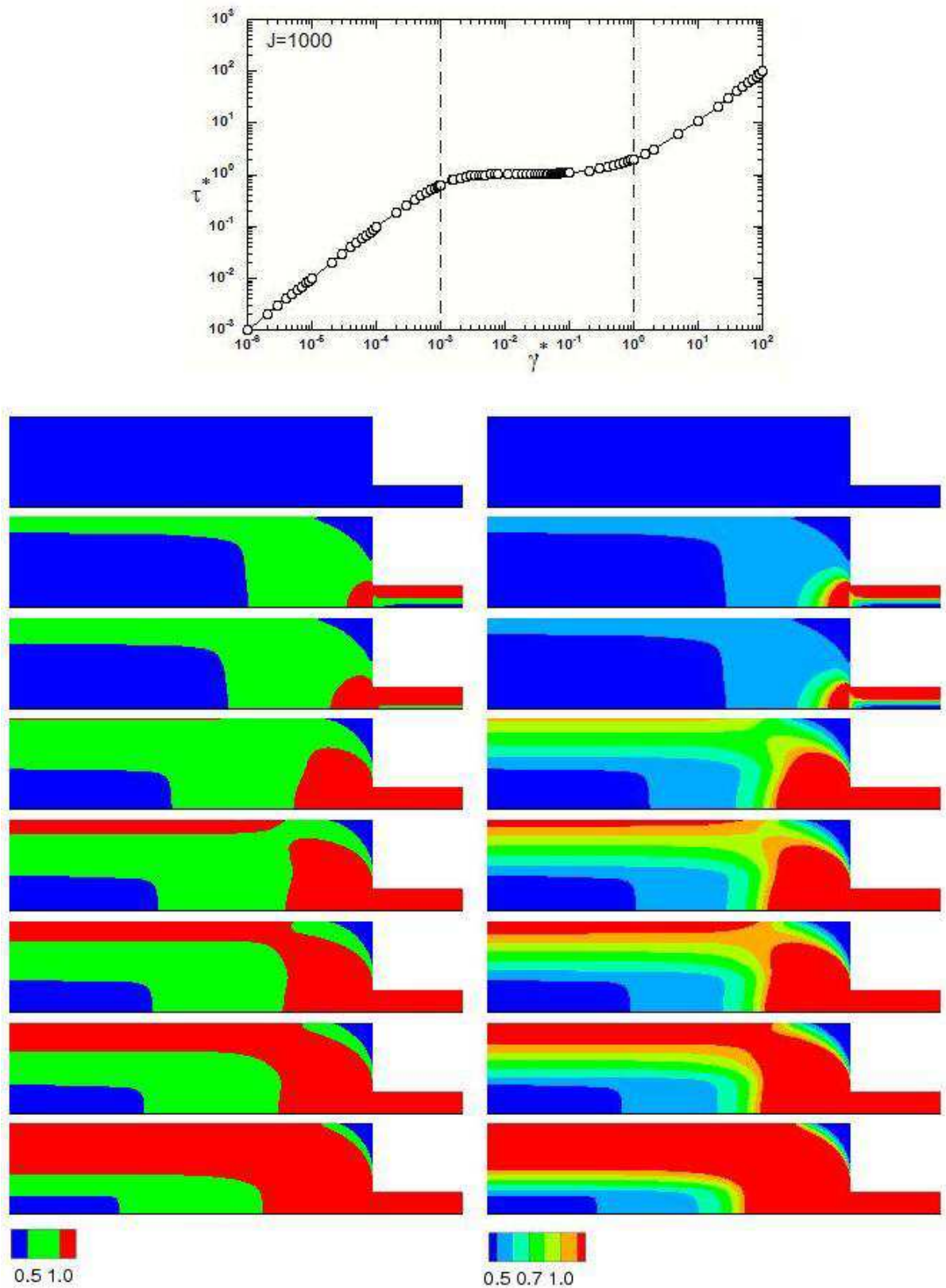


Figura 4.9: Para $J = 1000$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

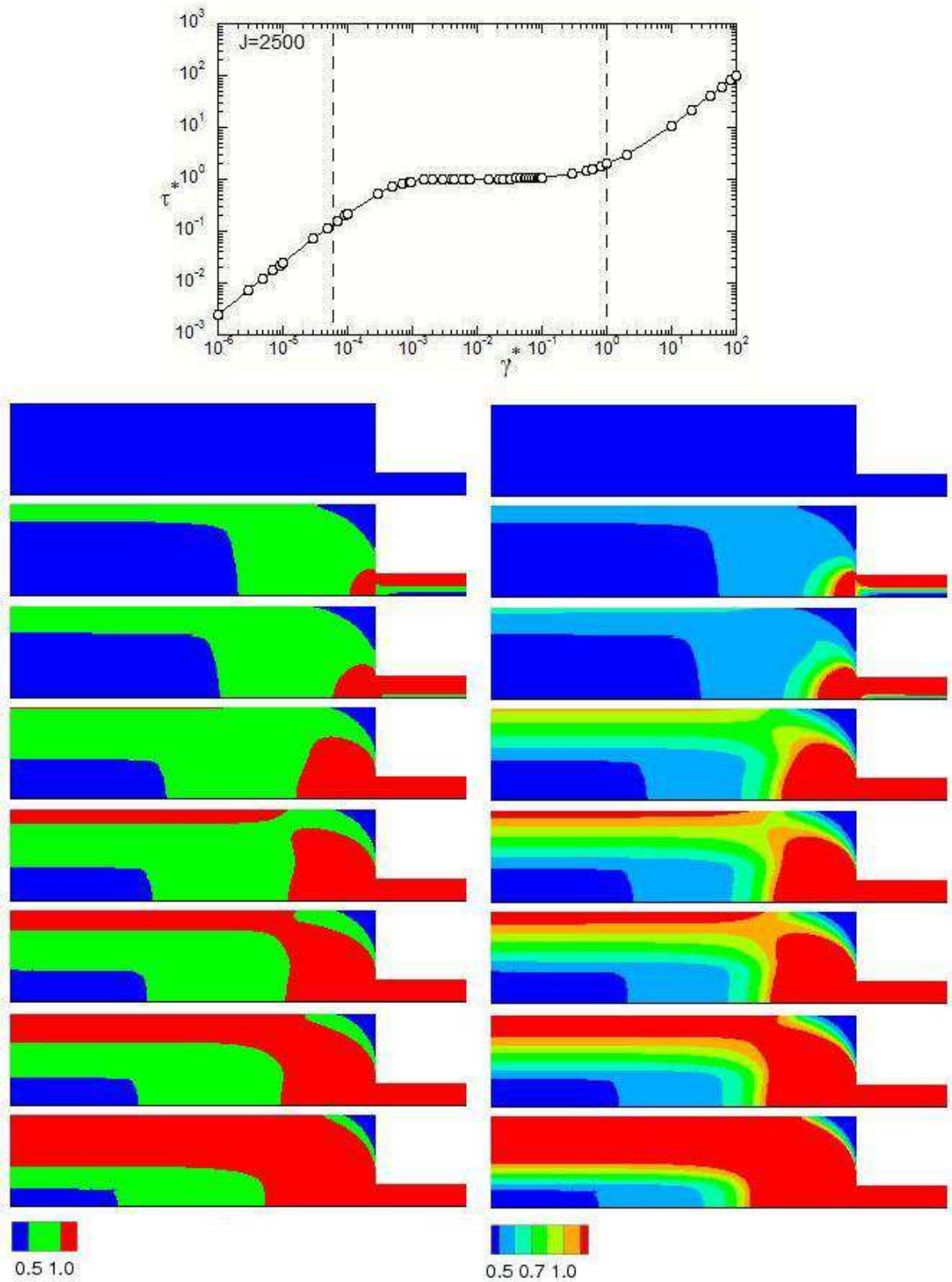


Figura 4.10: Para $J = 2500$, $n = 1$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

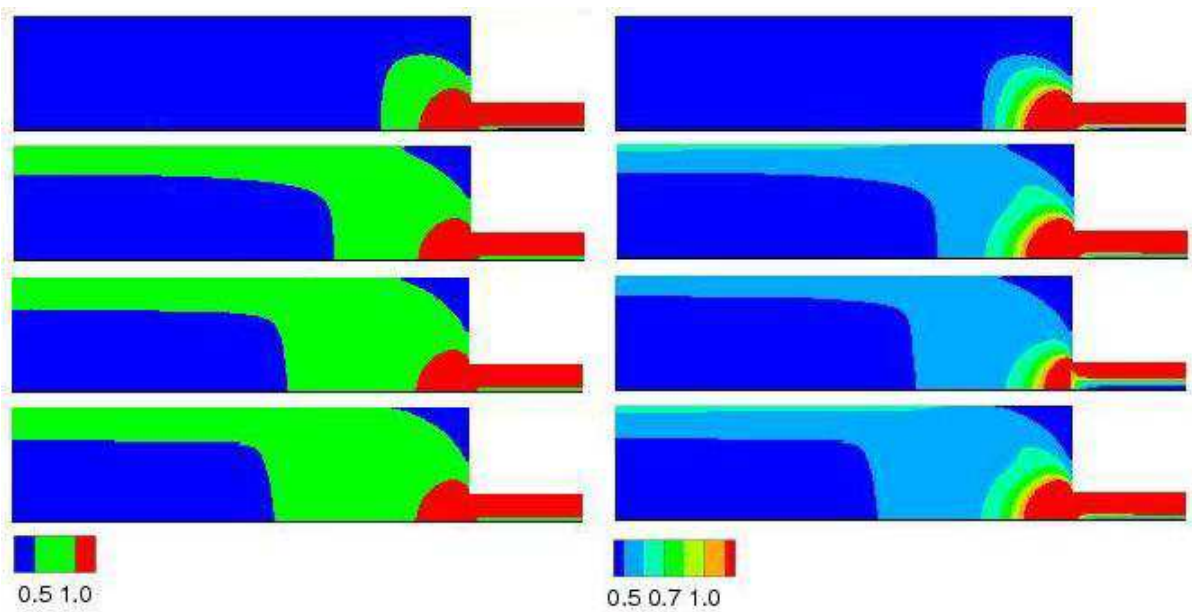


Figura 4.11: Para $n = 1$, $\tau_c^* = 10$ e $J = 10; 100; 1.000; 2.500$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > 2\tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

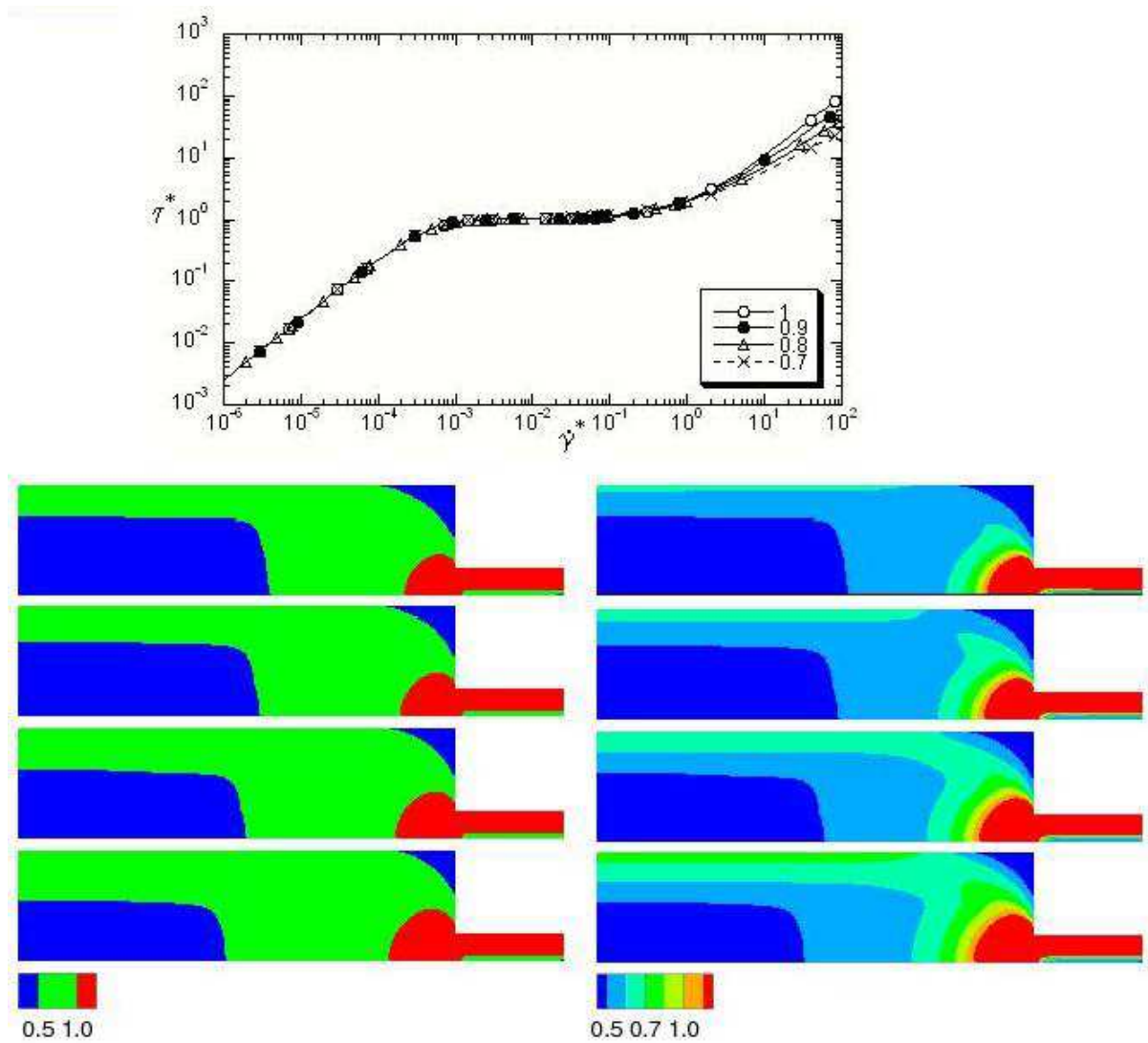


Figura 4.12: Para $J = 2500$, $\tau_c^* = 10$ e $n = 1; 0,9; 0,8; 0,7$. (a) Isobandas da tensão cisalhante dividida em três regiões: $\tau < \tau_0$, $\tau_0 < \tau < 2\tau_0$ e $\tau > \tau_0$ (b) Isobandas da tensão cisalhante τ .

4.3 Análise do perfil de velocidade na entrada do duto a jusante.

Nas Figuras (4.13), (4.14), (4.15), (4.16) e (4.17) encontram-se os perfis de velocidade na entrada do duto a jusante para o escoamento proposto pelo presente trabalho. O perfil de velocidade está representado pelo gráfico adimensional da velocidade na direção axial em função do raio. Cada uma das Figuras (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16) apresenta a variação do perfil de velocidade com o parâmetro τ_c^* , que assume os valores 1, 5, 10, 50, 70, 80, 100 e 200. A Figura (4.17) apresenta a variação do perfil de velocidade com o parâmetro n , que assume os valores 1; 0,9; 0,8 e 0,7.

O parâmetro de escoamento τ_c^* , que admite os valores 1, 5, 10, 50, 70, 80, 100 e 200, exerce influência sobre o perfil de velocidade no duto a jusante, como é possível notar nas Figuras (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16) cujos valores para J são 10, 100, 1.000 e 2.500 respectivamente. A análise dessas figuras mostram que o perfil da velocidade torna-se mais plástico a medida que τ_c^* assume os valores entre $5 \leq \tau_c^* \leq 70$. Nota-se também que a medida que $\tau_c^* < 5$ e $\tau_c^* > 70$ o perfil da velocidade tende ao perfil parabólico, que é o perfil característico do escoamento Newtoniano.

O parâmetro reológico J exerce uma notável influência sobre o perfil de velocidade no duto a jusante. A análise das Figuras (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16), cujos valores para J são 10, 100, 1.000 e 2.500 respectivamente, mostra que o aumento do valor de J torna o perfil de velocidade cada vez mais plástico.

O parâmetro reológico n também exerce influência sobre o perfil de velocidade, porém essa influência é pequena para $5 \leq \tau_c^* \leq 70$, com pode-se notar na Figura (4.17). Segundo a análise da influência de τ_c^* o caso $\tau_c^* = 10$ encontra-se entre os perfis de velocidade mais plásticos. Portanto espera-se que para $\tau_c^* < 5$ e $\tau_c^* > 70$ a influência de n seja melhor observada.

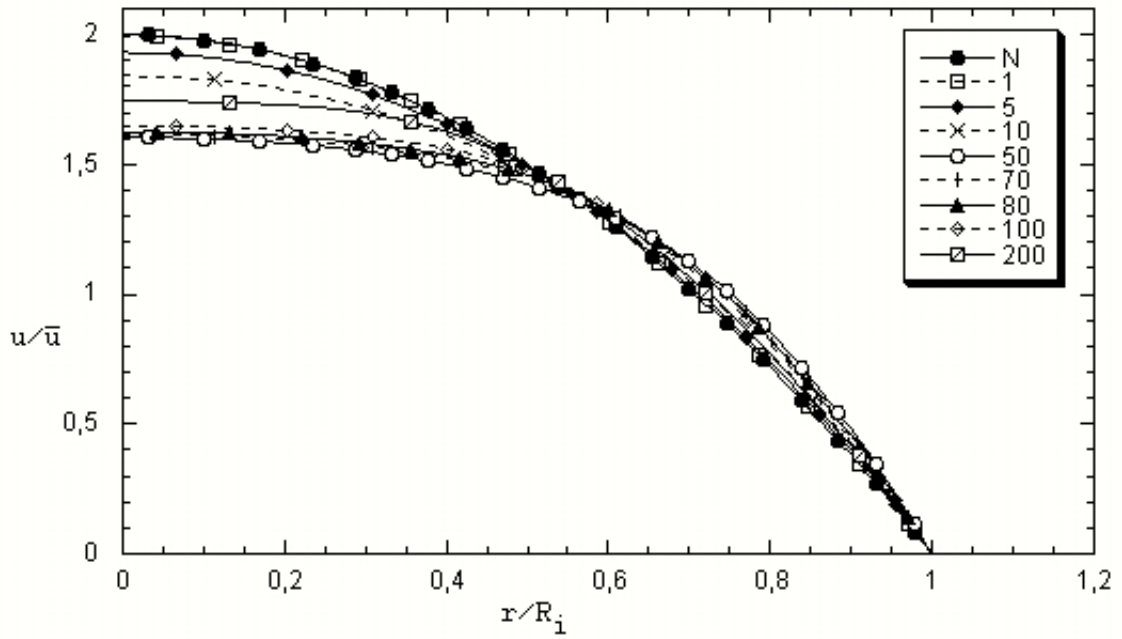


Figura 4.13: Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 10$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50;$
70; 80; 100; 200.

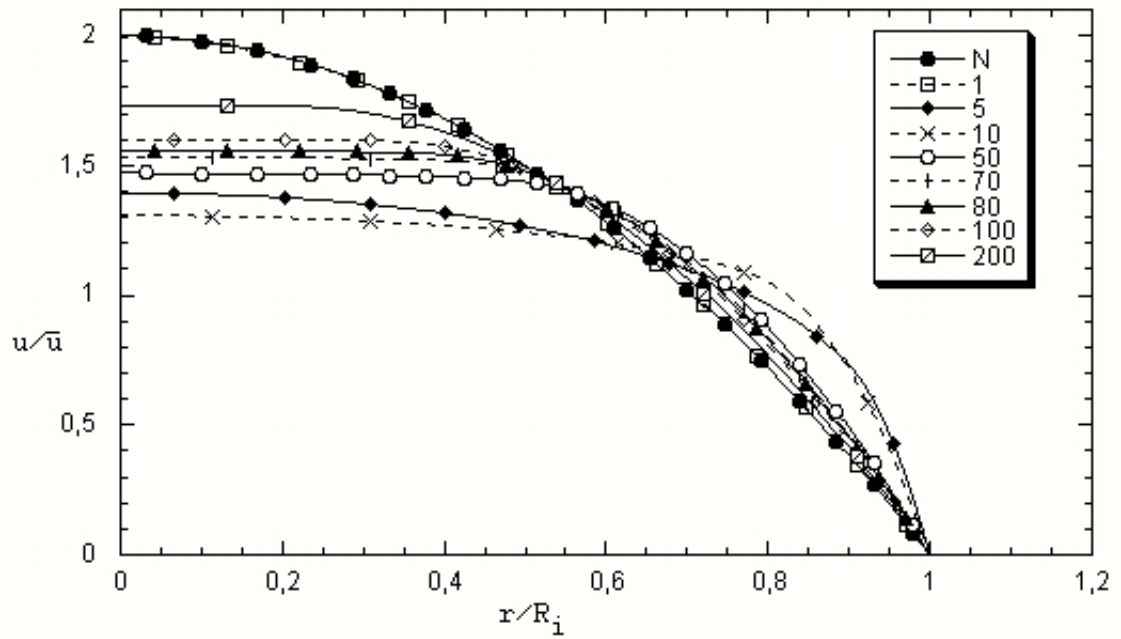


Figura 4.14: Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 100$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50;$
70; 80; 100; 200.

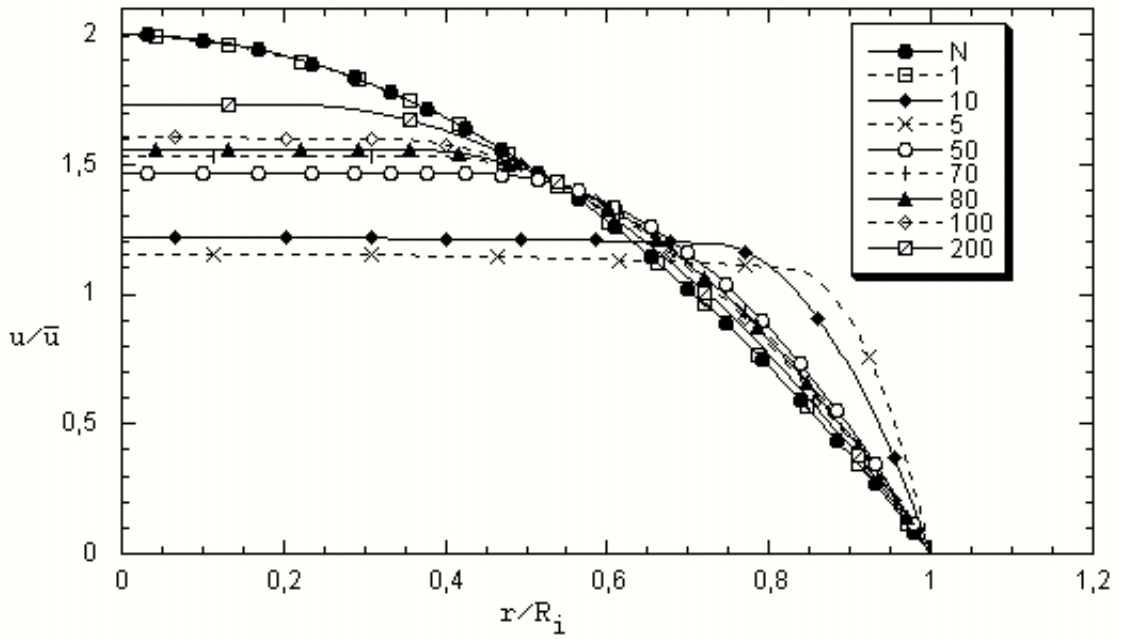


Figura 4.15: Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 1000$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$.

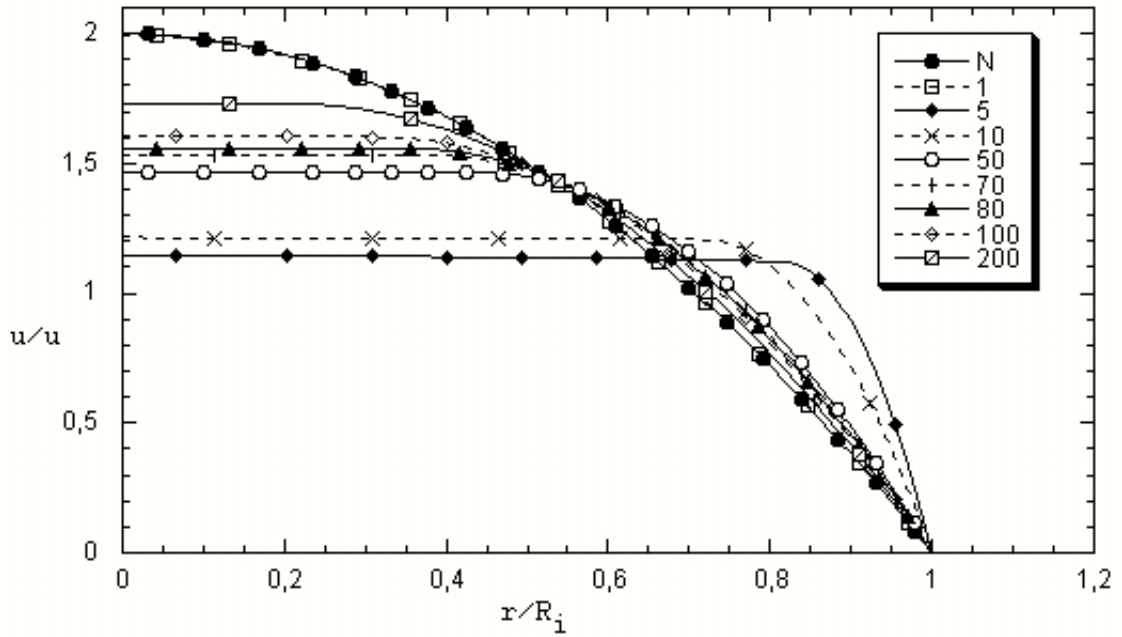


Figura 4.16: Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $n = 1$, $J = 2.500$ e $\tau_c^* = 1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$.

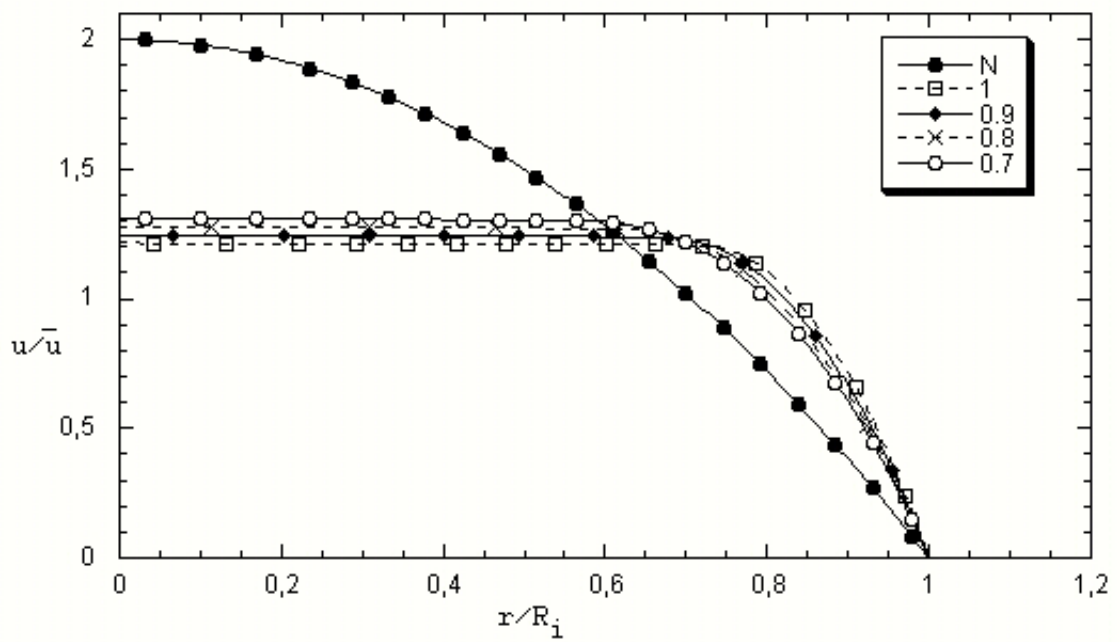


Figura 4.17: Perfil de velocidade adimensional na entrada do duto para $J = 2.500$, $\tau_c^* = 10$ e $n=1; 0,9; 0,8; 0,7$.

4.4 Análise da pressão na linha de simetria.

Nas Figuras (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) encontram-se representados os gráficos adimensionais da perda de pressão ao longo da linha de simetria para o escoamento proposto pelo presente trabalho. Cada uma das Figuras (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) apresenta a variação da pressão ao longo da linha de simetria com o parâmetro τ_c^* , que assume os valores 1, 5, 10, 50, 70, 80, 100 e 200. A Figura (4.22) apresenta um gráfico de correção de pressão localizada na contração em função do parâmetro τ_c^* para os diferentes valores de J . E a Figura (4.23) apresenta um gráfico de correção de pressão localizada na contração em função do parâmetro J para as diferentes variações do parâmetro τ_c^* .

Na análise das Figuras (4.18), (4.19), (4.20) e (4.21) nota-se que o parâmetro de escoamento τ_c^* possui influência sobre a perda de pressão ao longo da linha de simetria do escoamento. Em cada uma das figuras citadas, para os valores de $\tau_c^* > 50$ nota-se que a perda de pressão ocorre quase totalmente no duto a jusante, enquanto que para $\tau_c^* < 50$ há perda de pressão em ambos os dutos.

É de grande interesse a análise da perda de pressão localizada na contração. No presente trabalho faz-se essa análise através do estudo do parâmetro adimensional $\Delta P^* = \frac{\Delta P}{4\tau_c}$, sugerido por Mendes *et al.* [14], na qual ΔP é a diferença entre a pressão que deveria ocorrer em qualquer local na porção desenvolvido no duto se não houvesse perda de pressão e a atual pressão no mesmo local devido a contração.

A análise das Figuras (4.22) e (4.23) mostra que o fator de correção da perda de pressão localizada na contração, ΔP^* , não sofre influência significativa do parâmetro reológico J . Para o parâmetro de escoamento τ_c^* , nota-se que ele exerce uma grande influência sobre ΔP^* para valores de $\tau_c^* < 50$. Nessas condições, ao aumentar-se o valor de τ_c^* até 50 ocorre uma brusca queda no valor de ΔP^* , após τ_c^* atingir o valor 50, o acréscimo do seu valor promove um comportamento

assintótico para ΔP^* . A influência dos parâmetros reológicos J e do parâmetro de escoamento τ_c^* percebidos pelo presente trabalho está no mesmo sentido da indicada pelo estudo desempenhado por Souza Mendes *et al* [14].

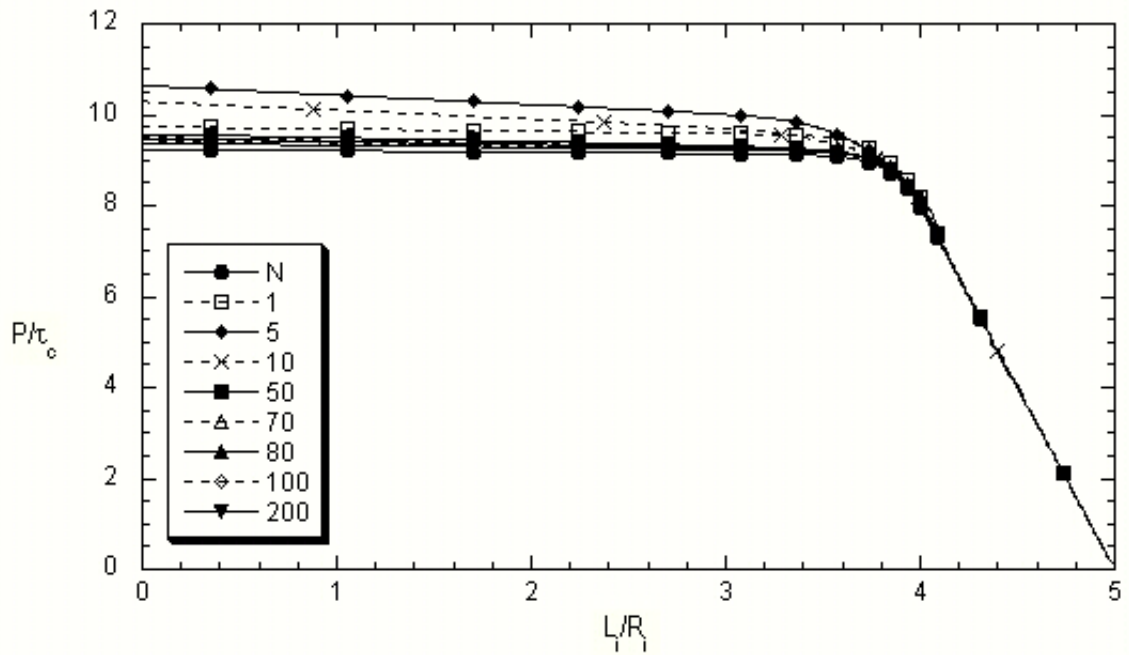


Figura 4.18: Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=10$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$.

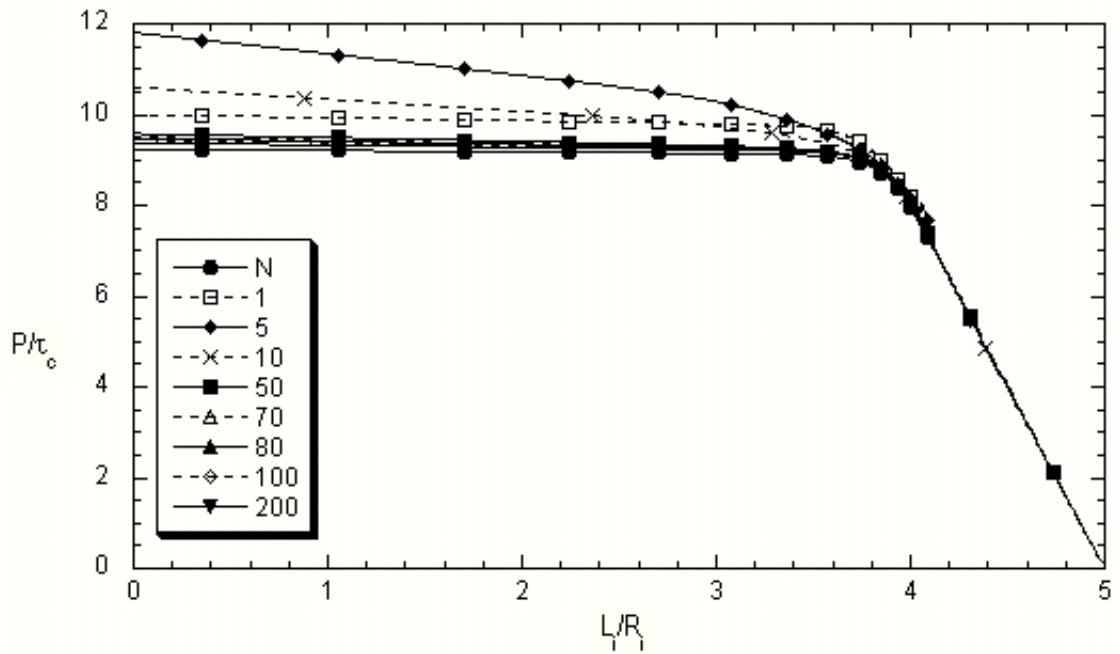


Figura 4.19: Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=100$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70;$
80; 100; 200.

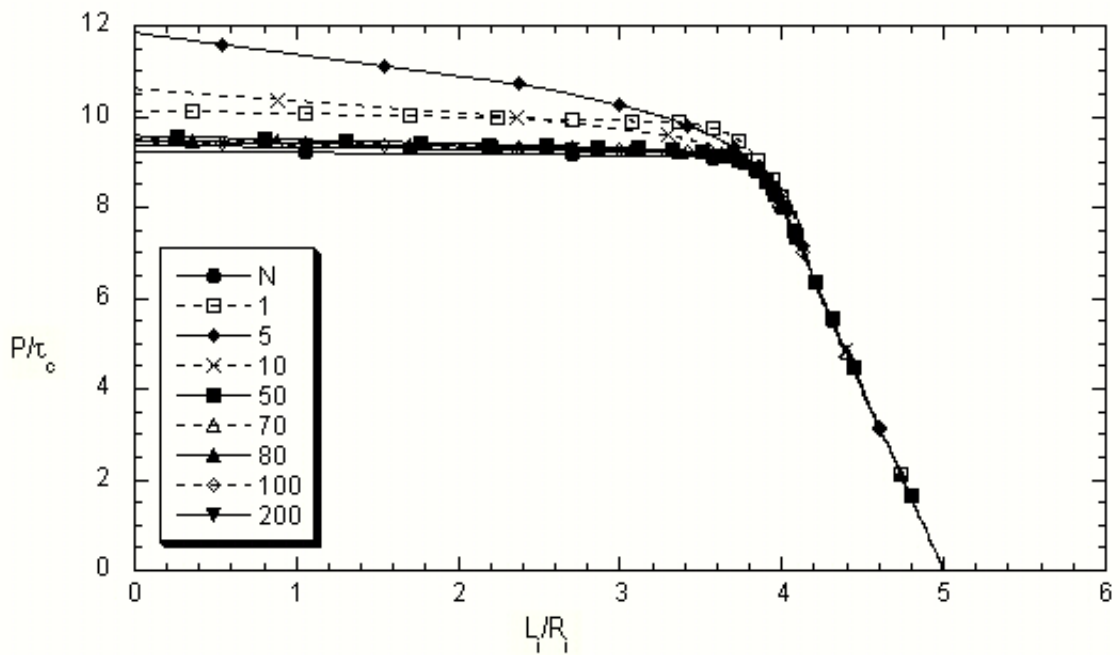


Figura 4.20: Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=1.000$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50;$
70; 80; 100; 200.

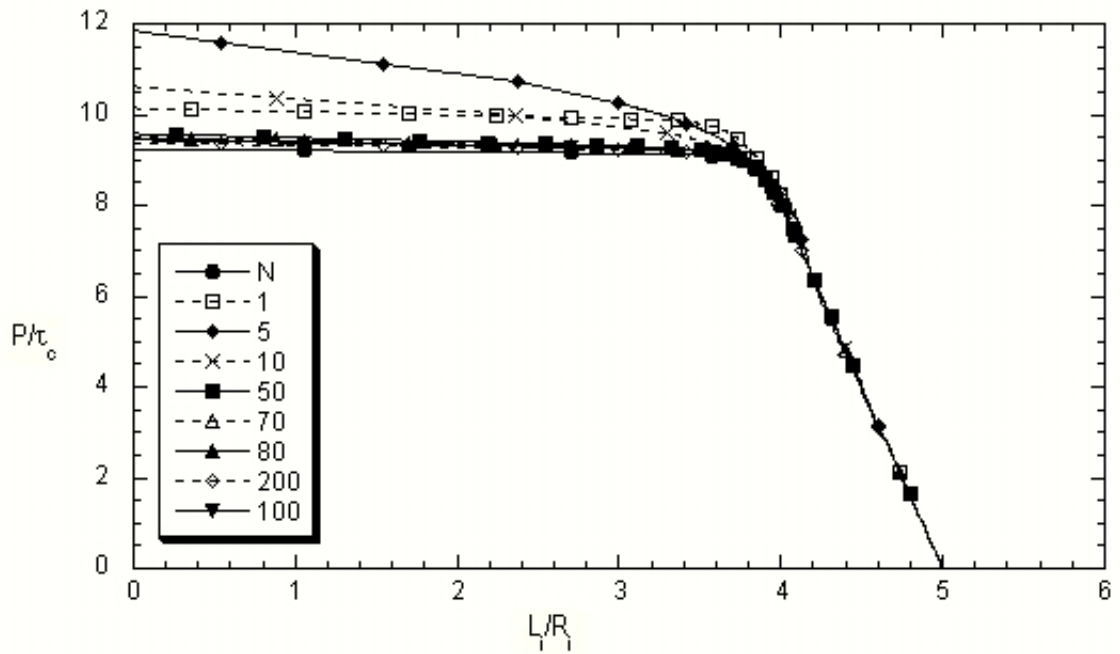


Figura 4.21: Pressão adimensional ao longo da linha de simetria para $n = 1$, $J=2.500$ e $\tau_c^*=1; 5; 10; 50; 70; 80; 100; 200$.

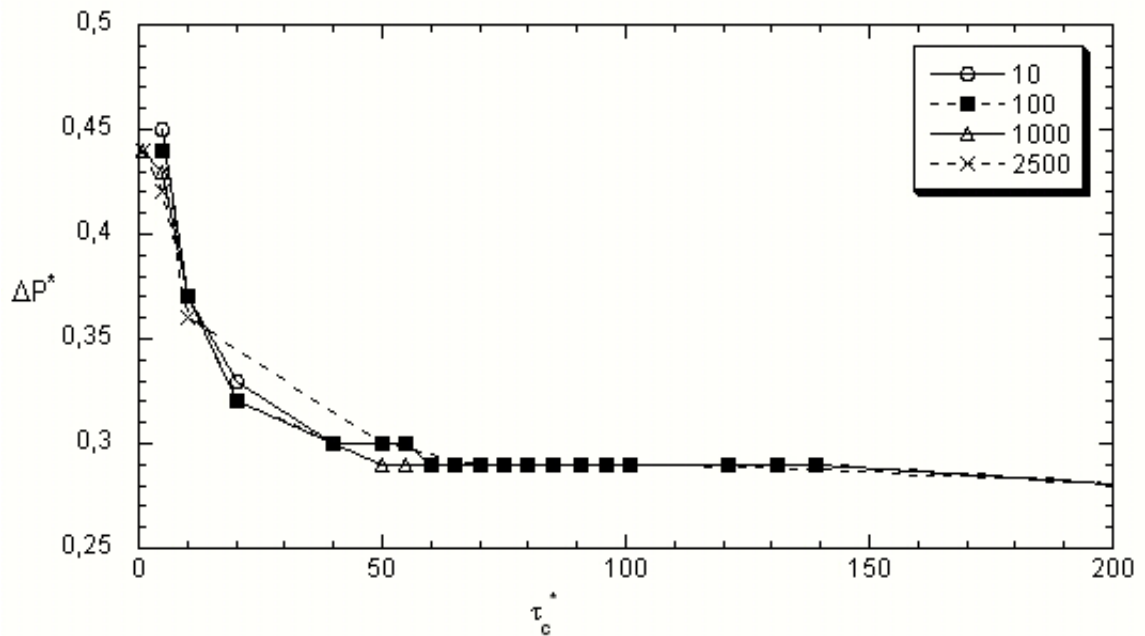


Figura 4.22: Gráfico de correção de pressão localizada na contração em função de τ_c^* para $J=10; 100; 1.000; 2.500$.

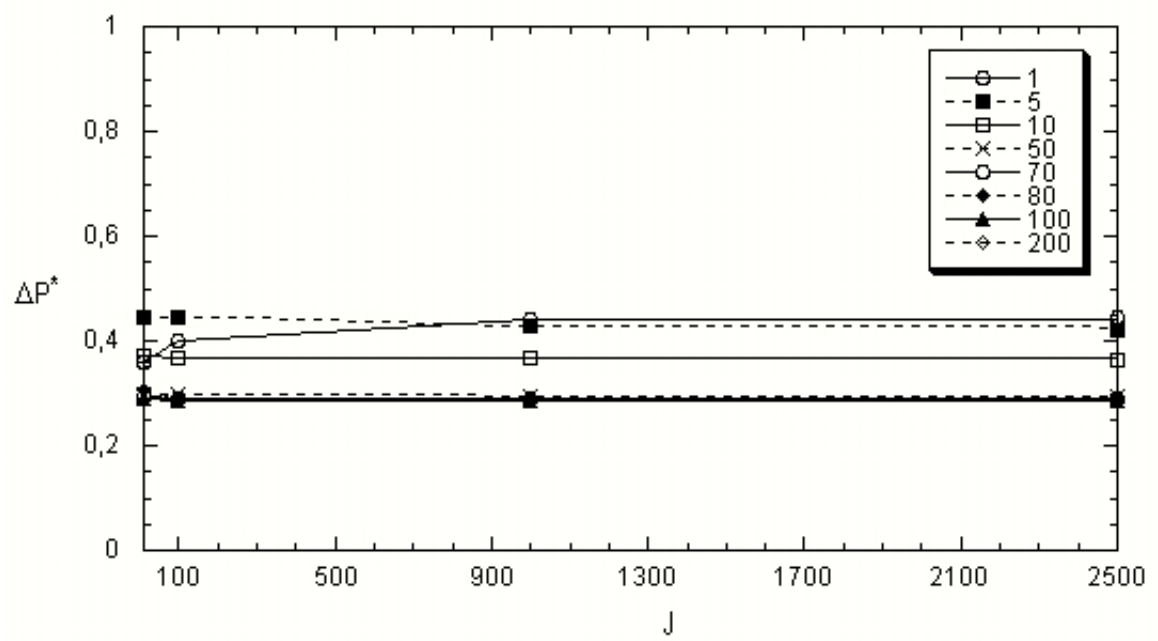


Figura 4.23: Gráfico de correção de pressão localizada na contração em função de J para $\tau_c^*=1; 5; 10; 50;$
70; 80; 100; 200.

Capítulo 5

Conclusão

O presente trabalho estuda um novo modelo para fluidos viscoplásticos, modelo SMD, proposto por Souza Mendes e Dutra [2] através da análise numérica do escoamento em uma contração abrupta 4×1 . Por tratar-se de um modelo recentemente proposto, a literatura apresenta poucos trabalhos que empregam o modelo SMD, portanto, o presente trabalho é um dos pioneiros na análise do seu desempenho. Por tratar-se de escoamentos lentos de líquidos muito viscosos, despreza-se os efeitos de Re e Q . O fluido é modelado como Fluido Newtoniano Generalizado com a função viscosidade SMD. O objetivo do presente trabalho é a análise da influência dos parâmetros reológicos J e n , que surgem ao adimensionalizar o modelo SMD, e do parâmetro de escoamento τ_c^* nos campos de tensão e taxa de deformação. Analisa-se também a influência desses parâmetros no perfil da velocidade na entrada do duto e na perda de pressão ao longo da linha de simetria. As equações governantes são resolvidas numericamente pelo método dos elementos finitos com a aproximação de Galerkin.

As previsões obtidas nesse trabalho, quando possível, são confrontadas com os poucos resultados disponíveis na literatura a fim de validar as previsões encontradas.

A análise dos campos de tensão e taxa de deformação mostram que o aumento de τ_c^* promove um aumento da região power-law devido a diminuição das regiões de jump e newtoniana.

O aumento de J promove um aumento da região de jump devido a uma diminuição da região newtoniana. O aumento de n promove um aumento da região newtoniana devido a diminuição da região de jump. O mesmo comportamento foi obtido por Souza Mendes e Dutra [14] na análise de um escoamento similar.

A análise do perfil de velocidade na entrada do duto mostra que ela é sensível aos parâmetros τ_c^* e J . O aumento do parâmetro J torna o perfil de velocidade mais plástico. Para o parâmetro τ_c^* o perfil da velocidade torna-se mais plástico a medida que τ_c^* assume os valores entre $5 \leq \tau_c^* \leq 70$. Nota-se também que a medida que $\tau_c^* < 5$ e $\tau_c^* > 70$ o perfil da velocidade tende ao perfil parabólico, que é o perfil característico do escoamento Newtoniano.

A análise da perda de pressão na linha de simetria mostra que o parâmetro J quase não possui influência sobre o fator de correção de pressão localizada na contração, porém a medida que aumenta-se o parâmetro τ_c^* o fator de correção diminui até a assintotização. O mesmo resultado foi obtido por Souza Mendes e Dutra [14] na análise de um escoamento similar.

Finalmente, uma análise numérica do deslocamento de materiais viscoplásticos ainda deve ser conduzida para substanciar os resultados apresentados no presente trabalho, abordando faixas maiores de J e n do que as analisadas aqui. Ainda, outros modelos de fluidos viscoplásticos consagrados pela literatura podem ser estudados com o objetivo de comparar os resultados.

Referências Bibliográficas

- 1 Eugene C. Bingham, *Fluidity and Plasticity*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1922
- 2 Paulo R. Souza Mendes and Eduardo S. S. Dutra, *Viscosity function for yield-stress liquids*, *Applied Rheology*. **14** (2004),296–302.
- 3 Roger F. Gans, *On the flow of a yield strength fluid through a contraction*, *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **81** (1999),183–195.
- 4 R.L. Thompson, Paulo R. Souza Mendes, M.F. Naccache, *A new constitutive equation and its performance in contraction flows*, *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **86** (1999),375–388.
- 5 Howard A. Barnes , *The yield stress - a review*, *J. Non-Newt. Fluid Mech.* **81** (1999),133–178.
- 6 Howard A. Barnes , *A brief history of the yield stress*, *Appl. Rheol.* **9** (1999),262–266.
- 7 Tasos C. Papanastasiou, *Flows of Materials with Yield*, *Journal of Rheology* **31** (1987),385–404.
- 8 Dione A. de Sousa, Edson J. Soares, Rogerio S de Queiroz, Roney L. Thompson, *Numerical investigation on gas-displacement of a shear-thinning liquid and a visco-plastic material in capillary tubes*, *J. Non-Newt. Fluid Mech.***144**(2007),149–159.
- 9 Georgios C. Florides, Andreas N Alexandrou, Georgios C, Georgiou, *Flow development in compression of a finite amount of Bingham plastic*, *J. Non-Newt. Fluid Mech.***143**(2007),38–47.

- 10 Andreas N Alexandrou, Emmanuel Duc, Vladimir Entov *Inertial, viscous and yield stress effects in Bingham fluid filling of a 2-D cavity*, J.Non-Newt. Fluid Mech.**96**(2001),383–403.
- 11 Evan Mitsoulis, R.R. Huilgol, *Entry flows of Bingham plastics in expansions*, J. Non-Newt. Fluid Mech. **122** (2004),45–54.
- 12 Andreas N. Alexandrou, Timothy M. McGilvrey, Gilmer Burgos, *Steady Herschel-Bulkley fluid flow in three-dimensional expansions*, J. Non-Newt. Fluid Mech. **100** (2001),77–96.
- 13 E. J. Soares, M. F. Naccache and P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli*, Int. J. Heat and Fluid Flow **24** (2003),762–773.
- 14 Paulo R. de Souza Mendes, Mônica F. Naccache, Priscilla R. Varges, Flavio H. Marchesini *Flow of viscoplastic liquids through axisymmetric expansions-contractions*, J. Non-Newt. Fluid Mech. **96** (2007),207–217.
- 15 Mônica F. Naccache, Rafael S. Barbosa *Creeping flow of viscoplastic materials through a planar expansion followed by a contraction*, Mechanics Research Communications **34** (2007),423–431.
- 16 Paulo R. de Souza Mendes *Dimensionless non-Newtonian fluid mechanics*, Mechanics Research Communications **147** (2007),109–116.