

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA

Dione Alves de Sousa

Análise Numérica do Deslocamento de Líquidos
Viscoplásticos em Tubos Capilares por injeção de Gás

VITÓRIA

2004

Dione Alves de Sousa

**Análise Numérica do Deslocamento de Líquidos
Viscoplásticos em Tubos Capilares por injeção de Gás**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Edson José Soares

VITÓRIA

2004

Análise Numérica do Deslocamento de Líquidos Viscopoplásticos em Tubos Capilares por injeção de Gás

Dione Alves de Sousa

Dissertação Apresentada ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do Grau de mestre em Engenharia Mecânica.

Prof. Dr. Carlos Friedrich Loeffler

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Edson José Soares

Prof. Dr. Paulo Roberto de Souza Mendes

Prof. Msc. Rogério Silveira de Queiroz

Prof. Dr. Wagner Luz Trindade

*”Não permita que a fraqueza domine o seu coração, não é
próprio de um guerreiro abandonar a batalha”
Bhagavadgita, considerado o livro mais antigo do mundo.*

Ao meu Avô João Alves de Almeida

Agradecimentos

Ao orientador Edson José Soares pela proposição do tema, pela indispensável contribuição na elaboração desta dissertação, pelo incentivo nas horas difíceis e pela compreensão de minhas limitações.

Ao Professor Rogério Silveira de Queirós pela presteza com que me abriu as portas de seu laboratório com que me atendeu quando necessário e pelo freqüente aconselhamento mesmo em questões pessoais.

Ao professor Rogério Ramos que disponibilizou gentilmente o laboratório de informática para que pudesse desenvolver o trabalho.

Ao amigo Geovane Araújo Ceolin pelo auxílio com a linguagem de programação Fortran em longos fins de semana e ao amigo Helio Carlos Bortolon pela ajuda com o editor de texto.

À minha família pelo apoio, mesmo quando nem eu acreditava em minha capacidade e à minha namorada Rosanea Aparecida de Freitas que se fez presente mesmo quando eu não sabia o quanto precisava de apoio.

Aos demais professores que contribuíram de alguma para minha formação acadêmica.

À CAPES pelo suporte econômico.

Agradeço também aos amigos que estiveram presentes em momentos felizes e de crise, sobretudo, compartilhando problemas e soluções mutuamente. Não podendo deixar de citar Afonso Brizon Portugal, Humberto Barroncas, Márcio José Silva e Adilan Rodrigues Bittar .

Sumário

Sumário	vii
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
Resumo	xiv
Abstract	xvi
1 Introdução	21
1.1 Motivação	21
1.2 Caracterização do problema	24
1.3 Estado da Arte	27
2 Formulação Física	32
2.1 Equações governantes	33
2.2 Condições de contorno	34
2.3 Adimensionalização	36

2.4	Modelo Constitutivo	39
3	Formulação Numérica	42
4	Resultados	50
4.1	Caso Newtoniano	50
4.2	Caso Pseudoplástico	52
4.3	Caso Plástico	64
5	conclusão	76
	Referências Bibliográficas	80

Lista de Figuras

1.1	Representação esquemática da fabricação de tubos por injeção de gás . . .	22
1.2	Representação esquemática do escoamento nas vias aéreas inferiores . . .	23
1.3	Representação esquemática do processo de remoção de óleo em leito po- roso por injeção de gás	24
1.4	Representação do problema de interesse em um sistema de referência po- sicionado na ponta da interface.	25
2.1	Domínio físico do deslocamento de líquidos em tubos por injeção de gás, Os números de 1 a 5 são as sessões onde são impostas as condições de contorno	35
2.2	τ_{xy} em função de $\dot{\gamma}$ para equações de Papanastasiou com $c = 1000, 100, 10, 1$ 41	
3.1	Mapeamento do domínio físico curvilíneo $r(r, x)$ em um domínio numérico retangular (ξ, η)	43
3.2	Malha característica do problema	46
3.3	Malha do primeiro problema preliminar	47

3.4	Malha do segundo problema preliminar	47
3.5	Malha do terceiro problema preliminar	48
3.6	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para fluido Newtoniano e um fluido pseudo-plástico com $n = 0,652$. As linhas, pontilhada e contínua, são previsões numéricas do presente trabalho enquanto os símbolos representam dados experimentais de Taylor [19] e Cox [4] e previsões de Soares et al [17].	49
4.1	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para o caso newtoniano. Os quadrados são os resultados experimentais de Taylor e o losango representa o de Cox. A linha refere-se as previsões numéricas deste trabalho.	56
4.2	Perfis da frente da interface para números de capilaridade iguais a $Ca = 1,6$ e $0,1$, para o caso newtoniano.	57
4.3	Linhas de corrente para $Ca = 10, 0,6$ e $0,1$	58
4.4	Malhas para capilaridades iguais a $10, 0,6$ e $0,1$	58
4.5	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para fluido Newtoniano e um fluido pseudo-plástico com $n = 0,652$. As linhas, pontilhada e contínua, são previsões numéricas do presente trabalho enquanto os símbolos representam dados experimentais de Taylor [19] e Cox [4] e previsões de Soares et al [17].	59
4.6	Perfis da frente da interface para número de capilaridade iguais a $Ca = 10$ e $n = 0,652$	60

4.7	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para índice de potência, n , iguais a 1, 0,652, 0,4 e 0,3. . . .	60
4.8	Perfis da frente da interface para número de capilaridade igual a $Ca = 10$ e $n = 1, 0, n = 0,652$ e 0,3.	61
4.9	Fração de massa depositada na parede do tubo para $Ca > 10$ em função do índice de potência, n	61
4.10	Linhas de corrente para $Ca = 10$ e $n = 0,652$ 0,4 e 0,3.	62
4.11	Malhas para $Ca = 10$ e $n = 0,652$ 0,4 e 0,3	63
4.12	Linhas de corrente para $n = 0,3$ e $Ca = 10$ 0,4 e 0,2.	63
4.13	Perfis de velocidade adimensional, segundo um referencial estacionário, em uma região distante da frente da bolha para $\tau'_0 = 0,5$ 0,75 e 0,85 . . .	69
4.14	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para tensão limite de cisalhamento adimensional, τ'_0 , iguais a 0 0,5 0,75 e 0,85.	69
4.15	Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para tensão limite de cisalhamento adimensional, τ'_0 , iguais a 0 0,5 0,75 e 0,85. Detalhe.	70
4.16	Perfis da frente da interface para número de capilaridade iguais a $Ca = 10$ e $\tau'_0 = 0,5$ 0,75 e 0,85.	71
4.17	Fração de massa depositada na parede do tubo para $Ca = 10$ em função da tensão limite de cisalhamento adimensional, τ'_0	72
4.18	Linhas de corrente para $Ca = 10$ e τ'_0 , iguais a 0 0,5 0,75 e 0,85. . . .	73

4.19	Malhas para $Ca = 10$ e $\tau'_0 = 0,5$ 0,75 e 0,85	74
4.20	Linhas de corrente para $\tau'_0 = 0,85$ e Ca , iguais a 10 1 e 0,256.	74
4.21	Campos de taxa de deformação com $Ca = 10$. (a): fluido Newtoniano, (b): fluido pseudo-plástico com $n = 0,3$, (c): fluido viscoplástico com $\tau'_0 = 0,85$	75

Lista de Tabelas

4.1	Comparação entre previsões do presente trabalho e de Dimakopoulos & Tsamopoulos.	65
-----	--	----

Resumo

O deslocamento de fluidos em tubos capilares por injeção de gás ocorre em diferentes processos industriais como: a recuperação de óleos em meios porosos, o processo de revestimento de superfícies internas de tubos capilares e a produção de moldes vazados. Uma outra grande motivação para o estudo desse fenômeno é a análise do processo de deslocamento de muco em vias aéreas pulmonares. Visto que tais fenômenos são caracterizados pela presença de superfície livre, é fundamental o estudo da influência do número de capilaridade para sua compreensão. Ainda, freqüentemente, estão presentes nesses processos fluidos de natureza não Newtoniana, fazendo-se necessário o estudo dos efeitos de seus parâmetros reológicos.

Para modelar o comportamento não Newtoniano dos fluidos analisados, utiliza-se o modelo de *Fluido Newtoniano Generalizado (FNG)* com duas funções de viscosidade: a *power law* para prever o comportamento pseudo-plástico, e a de *Papanastasiou* para prever o comportamento viscoplástico dos materiais.

O presente trabalho focaliza seu estudo na previsão numérica da fração de massa depositada na parede do tubo, por ser um parâmetro fundamental nos processos anteriormente citados. Além disso, a forma da interface e o padrão de linhas de corrente

também são analisados.

As equações governantes do problema são resolvidas acopladamente através da técnica de *Elementos Finitos* com a aproximação de Galerkin.

Algumas hipóteses são feitas visando a simplificação do problema por considerar que não representam perda de generalidade. Por tratar-se de escoamentos lentos de fluidos muito viscosos em tubos capilares, são desprezados os efeitos da inércia e do empuxo. Além disso com conveniente mudança de referencial pode-se tratar o problema como permanente.

Os resultados são comparados com outros trabalhos numéricos e experimentais presentes na literatura. Essas comparações mostram uma boa concordância para os casos com fluidos Newtonianos e não Newtonianos com abordagem numérica e qualitativamente para abordagens experimentais com fluidos não Newtonianos.

Abstract

The liquid displacement by gas injection occurs in many industrial processes like enhanced oil recovery, coating of internal surfaces of tubes and gas injection moulding. Other important application is the mucous displacement process in pulmonary airways. These processes are characterized by the presence of free surfaces. Hence, it is fundamental to analyze capillary number. Furthermore, the presence of non Newtonian liquids in these kind of application is quite common. Then, the study of rheological effects is necessary for a satisfactory understanding of the afore mentioned processes.

The fluids are modelled by the Generalized Newtonian Model (FNG) with two viscosity functions: the power-law and the Papanastasiou function. The first of these function is used to analyze the shear thinning behavior of the materials and the second is used to analyze their viscoplastic properties.

The fraction of mass deposited on the tube wall is a fundamental parameter in all the processes previously mentioned . Hence, the present work focalize on this parameter. In addition, the shape of the tip interface and the stream lines configurations are studied.

The problem is analyzed using a referential frame positioned on the tip of

the interface. From this point of view, the problem can be treated as steady. The set of differential equations derived from physical modelling are solved by the *Finite Element Method* with the Galerkin approximation.

Because the processes of interest analyzed by the present work are characteristically slow and the liquids are rather viscous, the Reynolds number and Boyince number effects are neglected. The predictions of the present work are confronted with other numerical and experimental data from literature. When compared with numerical results, the predictions have quite good quantitative agreement, while the experimental data available on literature show only qualitatively agreement.

Nomenclatura

I tensor unitário

R_o : raio do tubo

R_b : raio da bolha

r : coordenada radial

x : coordenada axial

s : comprimento do arco tal que $ds = \sqrt{dx^2 + dr^2}$

e_x : vetor unitário na direção x

e_r : vetor unitário na direção r

R_m : raio médio de curvatura

R'_m : raio médio de curvatura adimensional

n: vetor normal à superfície

t: vetor tangente à superfície

κ : índice de consistência da equação *power-law*

n : índice de potência *power-law*

g: vetor gravidade

P : pressão

T: tensor tensão

T': tensor tensão adimensional

U : velocidade de propagação da interface

u: vetor velocidade

u': vetor velocidade adimensional

u : velocidade axial

v : velocidade radial

Re : número de Reynolds $Re = \frac{\rho U D}{\eta}$

Ca : número de capilaridade $Ca = \frac{\eta U}{\sigma}$

\mathcal{F} : razão entre as forças de corpo e as forças viscosas

ε : coeficiente de empuxo

$|\mathbf{J}|$: determinante do Jacobiano de transformação de coordenadas

f_x : componente de força axial no contorno

f_r : componente de força radial no contorno

Símbolos Gregos

∇' : operador divergente adimensional

$\dot{\gamma}$: tensor taxa de deformação

$\dot{\gamma}$: taxa de deformação (intensidade de $\dot{\gamma}$), $\equiv \sqrt{\text{tr} \dot{\gamma}^2}$

$\eta(\dot{\gamma})$: função viscosidade

η_c : viscosidade característica $\eta_c = \eta(\dot{\gamma})$

μ : viscosidade Newtoniana

ρ : massa específica do fluido

$\boldsymbol{\tau}$: tensor extra-tensão

τ_c : tensão característica do escoamento

σ : tensão interfacial

ϕ_i : funções base para as equações de velocidade e de malha

χ_i : funções base para as equação da continuidade

ξ : coordenada elementar

η coordenada elementar

Γ : simboliza integrações no contorno

Ω : simboliza integrações no interior do volume de controle

$\mathcal{M}(\xi, \eta)$: mapeamento do domínio físico $(x, r) \rightarrow (\xi, \eta)$

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O deslocamento de líquidos em tubos por injeção de gás é largamente observado em processos industriais. Entre eles, pode-se citar o processo de revestimento de superfícies internas de tubos capilares, a produção de moldes vazados e a recuperação de óleo em meios porosos. Além destes processos típicos da indústria, o deslocamento de muco nas vias aéreas pulmonares pode ser analisado como um processo de gás deslocando líquido em um espaço capilar. Em todos casos anteriormente citados, o fluido deslocado possui características altamente não newtonianas como a viscoplasticidade, o que sugere uma análise criteriosa deste parâmetro para um bom entendimento do mecanismo de deslocamento de fluidos viscoplásticos em tubos.

Comentam-se a seguir, com mais detalhes, alguns aspectos das aplicações anteriormente citadas.

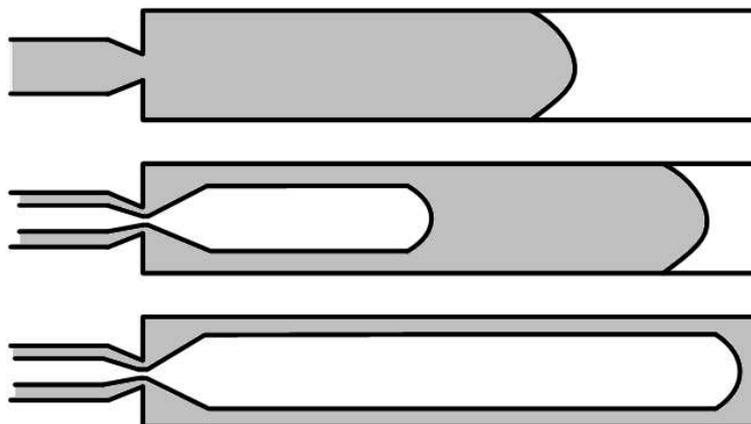


Figura 1.1: Representação esquemática da fabricação de tubos por injeção de gás

Uma das técnicas usadas na fabricação de tubos a partir de polímeros é conhecida internacionalmente como GAIM ou gás injection molding. Neste processo o gás é usado para dar forma aos tubos, conforme representado na Figura (1.1). O gás é injetado em moldes cilíndricos preenchidos com o polímero em estado líquido. O gás desloca o polímero deixando uma fração de material depositada na parede do molde e controlando a sua espessura. Para que se tenha controle da espessura e da forma é necessário o controle de parâmetros importantes do problema entre eles sem duvida os parâmetros reológicos do polímero

O deslocamento de muco nas vias aéreas pulmonares, conforme representado na Figura (1.2), é também uma motivação do presente trabalho. Nos pulmões os condutos inferiores próximos aos alvéolos são de dimensões capilares.

Para manter as vias aéreas úmidas e expulsar partículas inaladas, o pulmão produz um muco que possui características não newtonianas. Em algumas situações a produção de muco se torna excessiva, dificultando sua remoção para as vias aéreas superi-

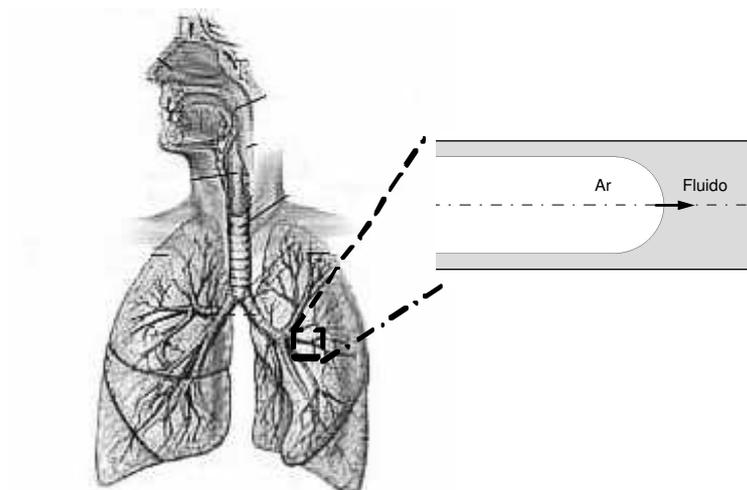


Figura 1.2: Representação esquemática do escoamento nas vias aéreas inferiores

ores. Nestas situações as vias aéreas podem ficar obstruídas, dificultando a passagem de ar e conseqüentemente a oxigenação ideal dos tecidos. Em alguns casos o grau de obstrução compromete diretamente a saúde e a vida do indivíduo, exigindo uma intervenção médica em caráter de urgência. Portanto, um procedimento médico para atender tais casos é a desobstrução das vias aéreas através de injeção de ar com medicamentos. Tal procedimento constitui, portanto, um mecanismo de deslocamento de líquidos em espaços capilares.

Uma das grandes motivações deste trabalho é o processo de recuperação de óleo em meios porosos. O reservatório é composto por um leito de rochas porosas conforme mostra esquematicamente a Figura (1.3). Um dos mecanismos largamente utilizados neste processo é a injeção de gás sob pressão no leito poroso que é responsável pela remoção do óleo. Uma grande parte desse óleo encontra-se dentro das ligações capilares entre um poro e outro, tornando necessária uma análise detalhada do fenômeno em nível

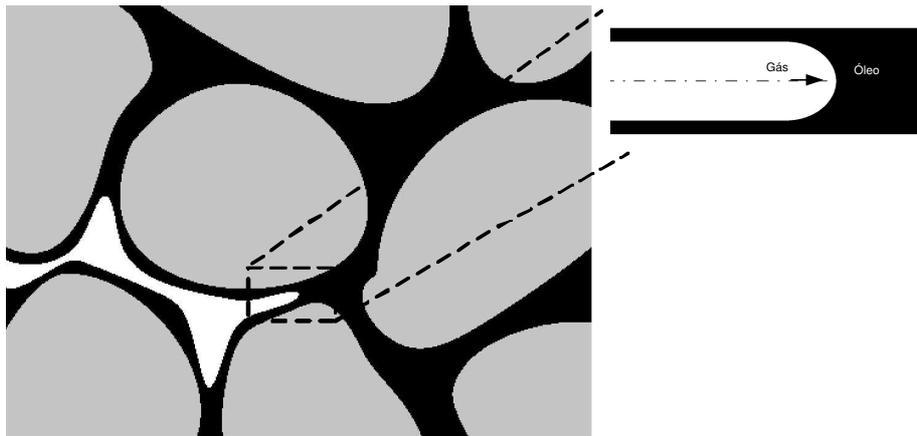


Figura 1.3: Representação esquemática do processo de remoção de óleo em leito poroso por injeção de gás

capilar para maior controle e otimização da atividade de recuperação.

1.2 Caracterização do problema

Devido ao grande número de aplicações, não é raro encontrar na literatura estudos sobre o deslocamento de fluidos em tubos capilares. A partir de trabalhos pioneiros como os de Fairbrother & Stubbs [7] e Taylor [19], que analisam o processo de remoção de fluidos Newtonianos em tubos por injeção de gás, é crescente o interesse por tal assunto.

Na mesma linha dos trabalhos anteriores, estuda-se numericamente o deslocamento de líquidos em tubos horizontais por injeção de gás.

No problema físico o líquido que inicialmente preenche o tubo é deslocado por uma bolha de gás cuja frente da interface move-se com velocidade U constante. Nesse caso o problema é essencialmente transiente e por questões de simplificação resolvem-se

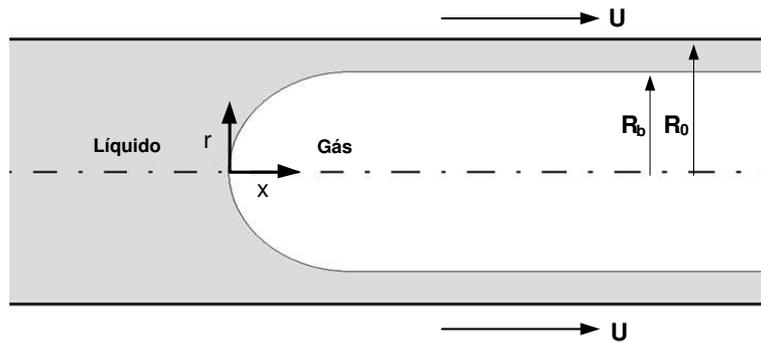


Figura 1.4: Representação do problema de interesse em um sistema de referência posicionado na ponta da interface.

as equações governantes em relação a um referencial fixo posicionado na frente da interface entre o líquido e o gás. Neste sistema, é equivalente considerar a interface fixa e as paredes do tubo se movendo com velocidade U na direção contrária. A Figura (1.4) ilustra o problema na configuração proposta com o referencial situado na frente da interface, onde R_0 é o raio interno do tubo e R_b é o raio da semi-bolha de gás.

Este trabalho propõe focalizar sua análise na determinação da parcela de massa depositada na parede do tubo e no perfil da frente da interface bem como nos padrões de linhas de corrente do processo de deslocamento de materiais viscoplásticos em tubos capilares. A fração de massa depositada na parede do tubo, m , é calculada em função da velocidade da frente da interface, U , e da velocidade média do escoamento suficientemente distante da interface, \bar{u} , e também pode ser calculada em função dos raios do tubo e da bolha, conforme mostra a Equação (1.1).

$$m = 1 - \left(\frac{\bar{u}}{U}\right)^2 = 1 - \left(\frac{R_b}{R_0}\right)^2 \quad (1.1)$$

Este parâmetro é fortemente dependente das propriedades não Newtonianas, que são discutidas nas seções seguintes, e do número de capilaridade que se define conforme [12] pela Equação (1.2).

$$Ca = \frac{\eta_c U}{\sigma} \quad (1.2)$$

Aqui η_c é uma viscosidade característica do escoamento e σ é a tensão superficial entre o líquido e o gás.

Utilizam-se para solução numérica do problema as seguintes hipóteses simplificadoras:

1. Regime permanente;
2. Inércia desprezível;
3. Escoamento laminar;
4. Fluido incompressível;
5. Simetria axial;
6. Tensão superficial, σ , constante;
7. Condição de impermeabilidade e não deslizamento na parede;
8. Escoamento desenvolvido em uma seção suficientemente distante da frente da interface;
9. Efeitos de empuxo desprezíveis.

Por sua relevância, algumas destas hipóteses são discutidas e justificadas na Formulação Física do problema, Capítulo 2.

1.3 Estado da Arte

A literatura apresenta um grande número de trabalhos numéricos e experimentais que analisam o processo de deslocamento de líquidos viscosos em tubos capilares. Nesta seção fazem-se alguns comentários sobre os trabalhos mais relevantes para o desenvolvimento do presente estudo.

Taylor [19] em 1960 apresenta um estudo experimental do deslocamento de líquidos viscosos em tubos capilares por injeção de gás. Em seu trabalho Taylor analisa a variação da parcela de massa depositada na parede do tubo, m , em função do número de capilaridade, Ca . A análise gráfica sugere um valor assintótico para m de aproximadamente 0,56 quando o número de capilaridade se aproxima de 2. Taylor compara os resultados com uma equação empírica proposta por Fairbrother & Stubbs [7]. Estes autores propõem uma relação direta de m com o número de capilaridade dada por $m = (\frac{\mu U}{\sigma})^{\frac{1}{2}}$. Esta equação concorda com os resultados apresentados por Taylor para uma faixa bem reduzida de capilaridade, $0 < \frac{\mu U}{\sigma} < 0,09$. Taylor ainda sugere três possíveis padrões de linhas de corrente em relação a uma bolha estacionária. O padrão em baixas capilaridades apresenta grandes recirculações com presença de anéis e pontos de estagnação. À medida que se aumenta o número de capilaridade as recirculações desaparecem e um único ponto de estagnação deve existir.

Cox [4] continua o estudo experimental iniciado por Taylor [19] e conclui

que a fração de massa m depositada na parede assintotiza-se em aproximadamente 0,60 quando o número de capilaridade tende a 10. Cox ainda desenvolve uma análise teórica simplificada para o cálculo de m . Sua análise é adequada nos casos onde as forças causadas pela tensão superficial são desprezíveis quando comparadas com as forças viscosas ($\frac{\mu U}{\sigma} \gg 1$).

Cox [5], continuando a análise do problema anterior, desenvolve um estudo de visualização objetivando confirmar os padrões de linhas de corrente sugeridos por Taylor [19]. Verificam-se os padrões para valores extremos de capilaridade ($Ca \gg 1$ e $Ca \ll 1$). No entanto, o padrão de transição não pode ser observado. Ainda, o autor conclui que a bolha provoca uma perturbação apenas local no escoamento da ordem de $1,5D$, onde D é o diâmetro do tubo.

Poslinski [15] Apresenta uma análise experimental do deslocamento de dois fluidos viscoplásticos em tubos. Em seu trabalho o autor analisa a espessura de filme depositado na parede do tubo em função do número de Capilaridade. Seus resultados mostram que a espessura do filme depositado na parede do tubo para um fluido viscoplástico é menor quando comparado com um fluido Newtoniano.

Kamisli & Ryan [11] analisam o deslocamento de um fluido pseudo-plástico em dutos circulares e retangulares através da injeção de gás. Resolve-se analiticamente o escoamento bidimensional, usando um método de perturbação, a fim de estimar a fração de massa m depositada na parede do duto como uma função do grau de pseudo-plasticidade, quantificado pelo índice *power-law*, n . O método indica um aumento da fração de massa, m , com a redução do índice n , discordando com prévias observações

experimentais de Kamisli [9].

Soares, Sousa Mendes e Carvalho [17] analisam numericamente o escoamento de fluidos pseudo-plásticos em tubos capilares. Com o uso da técnica de Elementos Finitos, os autores apresentam previsões para a fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de Capilaridade e do grau de pseudo-plasticidade, definido pelo parâmetro n . Suas previsões numéricas concordam com os dados experimentais de Taylor [19] para a fração de massa retida no tubo, m , em função do número de Capilaridade. Ainda, Soares et al. [17] apresentam padrões de linhas de corrente que concordam com as sugeridas por Taylor. Os resultados obtidos por Soares et al. [17] para o perfil da frente da interface concordam com os resultados experimentais apresentados por Cox [4] e Huzyak & Koelling [8] para fluidos Newtonianos. Os autores simulam uma faixa do índice de potência de $n = 0,8$ a $n = 0,482$. As previsões apresentadas recuperam qualitativamente os resultados experimentais apresentados por Kamisli [9], mostrando uma redução da fração de massa depositada no tubo com o decréscimo do índice de potência.

Soares, Sousa Mendes e Carvalho [18] analisam a transferência de calor em escoamentos laminares de materiais viscoplásticos na região de entrada de dois tubos concêntricos. Modela-se o material como um Fluido Newtoniano generalizado, usando a equação de *Herschel-Bulkley* para descrever a função viscosidade. As equações governantes do problema são resolvidas numericamente pelo método de volumes finitos. Os autores propõem o uso de um novo número fRe , fator de atrito de Darcy multiplicado pelo número de Reynolds, como parâmetro de verificação do modelo numérico. Mostra-se que o parâmetro fRe modificado é sempre igual a 64 na região desenvolvida do escoamento,

independente da geometria e das propriedades reológicas do fluido, podendo-se calcular como: $fRe = \frac{-16 \frac{dp}{dx} D}{\tau_s}$. Como se mostra no Capítulo 3, utiliza-se no presente trabalho este parâmetro como critério de verificação da qualidade da malha.

Kamisli [10] estuda numericamente, usando métodos de perturbação, a deposição de fluidos pseudoplásticos nas paredes de tubos verticais e inclinados. Seus resultados mostram uma tendência de queda no raio da bolha com a diminuição do grau de pseudoplasticidade, parâmetro n , o que significa que quanto mais o fluido se afasta do comportamento Newtoniano maior é a fração de massa depositada, m , para os casos em que o número de capilaridade é superior a 10. No entanto estes resultados vão de encontro a resultados experimentais e aos recentes trabalhos numéricos apresentados na literatura por Soares et al. [17].

Dimakopoulos & Tsamopoulos [6] em 2003 estudam numericamente o escoamento de fluidos viscoplásticos em tubos com e sem constrição. Utiliza-se o método de elementos finitos e uma malha aproximadamente elíptica para resolver um escoamento transiente em que um fluido viscoplástico é deslocado pela injeção de gás. Emprega-se o modelo constitutivo de Fluido Newtoniano Generalizado com a equação de Papanastasiou [14] para descrever a função viscosidade, contornando os efeitos de descontinuidade presentes na equação de fluido Plástico de Bingham [2] e na equação de biviscovidade [13]. Os autores exploram os efeitos da variação de pressão de entrada e da inércia na forma da interface. Analisa-se também o efeito da tensão limite de escoamento, τ_0 , na determinação da espessura de massa depositada na parede ao longo do comprimento do tubo com e sem constrição. Seus resultados mostram que para baixos valores de Re a espessura do filme

depositado se torna constante ao longo do escoamento exceto próximo a região de entrada. Mostram-se no Capítulo 4 comparações entre os resultados de Dimakopoulos & Tsamopoulos e do presente trabalho.

Percebe-se finalmente com esta revisão bibliográfica que o estudo dos efeitos de parâmetros reológicos no processo de deslocamento de líquidos em tubos para a análise de efeitos como: deposição de massa na parede do tubo, padrões de linhas de corrente e perfil da frente da interface é recente e ainda pouco explorado. Particularmente, são raros os trabalhos envolvendo análise de fluidos viscoplásticos, o que motiva o presente trabalho. Portanto, pretende-se com esta dissertação contribuir para um melhor conhecimento dos efeitos das propriedades desses fluidos no processo em questão.

Capítulo 2

Formulação Física

Neste capítulo faz-se a caracterização física do problema. Primeiramente, são discutidas as hipóteses simplificadoras consideradas no capítulo (1) e em seguida apresentam-se as equações governantes do problema na forma vetorial e em coordenadas cilíndricas. Então, apresentam-se as condições de contorno usadas na caracterização do problema. Posteriormente é apresentada a adimensionalização das equações, ressaltando os conseqüentes parâmetros adimensionais. A seguir, apresenta-se o modelo constitutivo de fluido não newtoniano utilizado no trabalho, com as duas equações utilizadas para descrever o comportamento da viscosidade em função da taxa de deformação, concomitantemente com algumas observações. E por fim, consideram-se hipóteses extras e as equações são reapresentadas em sua forma final.

Segundo experimentos de Cox [4] o perfil da interface de um fluido newtoniano com inércia desprezível atinge sua forma final em aproximadamente $1,5D$ da região de entrada. Este fato permite uma mudança do referencial estacionário para um posi-

cionado na frente da interface, o que possibilita um tratamento em regime permanente, (hipótese (1)). Além disso, Cox mostra que o escoamento pode ser considerado desenvolvido suficientemente distante da frente da interface, (hipótese (8)).

A simetria axial é bastante razoável, segundo experimentos presentes na literatura, quando se tem o empuxo desprezível. Isso acontece quando o coeficiente de empuxo $\varepsilon = \frac{g(\Delta\rho)D_0^2}{\mu U}$ é suficientemente pequeno, (hipótese (5)).

A tensão superficial é geralmente constante em problemas isotérmicos na ausência de surfactantes, (hipótese (6)).

2.1 Equações governantes

Os campos de velocidade e pressão assim como a forma da interface são modelados pela Equação da continuidade, Equação 2.1 e pela equação da conservação de quantidade de movimento, Equação (2.2).

Apresenta-se então a equação da continuidade na forma vetorial que representa o balanço de massa que deve ser satisfeito na obtenção dos resultados:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

A equação de conservação de quantidade de movimento também é resolvida na obtenção dos resultados e que apresenta-se em sua forma vetorial:

$$\rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g} \quad (2.2)$$

Nas equações anteriores, \mathbf{u} é o vetor velocidade, \mathbf{g} é o vetor aceleração da

gravidade local, ρ é a massa específica do fluido e \mathbf{T} é o tensor das tensões. A sua relação com a taxa de deformação depende do modelo constitutivo utilizado.

Por se tratar de um escoamento num tubo e de o problema poder ser modelado como bidimensional as equações podem ser expressas em coordenadas cilíndricas em função de x e r

Equação da continuidade em coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv) + \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \quad (2.3)$$

Equação de conservação de quantidade de movimento em coordenadas cilíndricas:

na direção x

$$\rho \left(v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rT_{xr}) + \frac{\partial}{\partial x}(T_{xx}) + \rho g_r \quad (2.4)$$

na direção r

$$\rho \left(v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rT_{rr}) - \frac{T_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial}{\partial x}(T_{rx}) + \rho g_r \quad (2.5)$$

u e v são os componentes axial e radial do campo de velocidade \mathbf{u} , respectivamente. T_{xx} , T_{xr} , T_{rx} , T_{rr} e $T_{\theta\theta}$ são os componentes do tensor das tensões \mathbf{T} e g_r é o componente da aceleração da gravidade local na direção radial.

2.2 Condições de contorno

A montante e distante o suficiente da interface, sessão (1) da Figura (2.1), o escoamento é considerado completamente desenvolvido e a pressão constante:

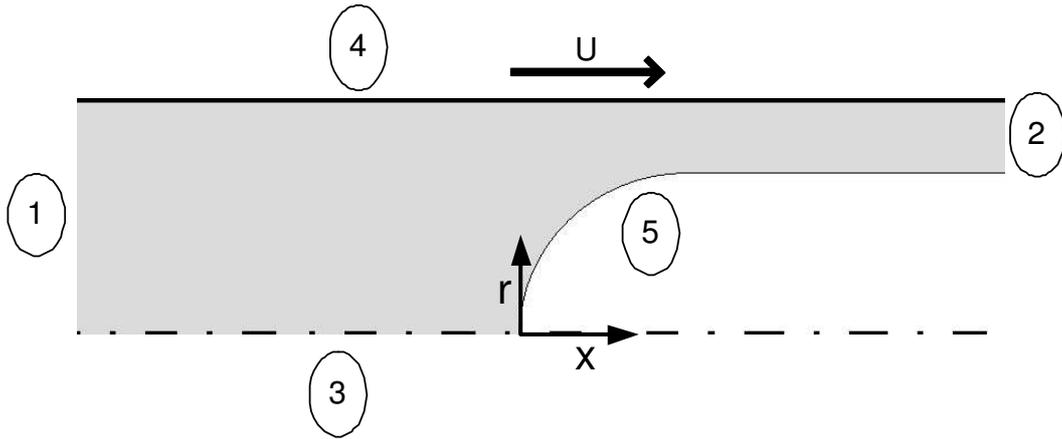


Figura 2.1: Domínio físico do deslocamento de líquidos em tubos por injeção de gás, Os números de 1 a 5 são as sessões onde são impostas as condições de contorno

$$\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad e \quad p = P_0 \quad (2.6)$$

A jusante e distante o suficiente, sessão (2), não existe tração no líquido:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} = \mathbf{0} \quad (2.7)$$

Ao longo do eixo de simetria (3), não existe tensão de cisalhamento e velocidade radial:

$$\mathbf{t} \cdot [\mathbf{nT}] = 0 \quad e \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.8)$$

Ao longo da parede do tubo (4), consideram-se as condições de não deslizamento e impermeabilidade:

$$\mathbf{u} = U \mathbf{e}_x \quad (2.9)$$

Na interface gás-líquido (5), a tensão no líquido se equilibra com a tensão superficial e não existe transporte de massa através da interface:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{T} = \left(\frac{\sigma}{R_m} + P_0 \right) \mathbf{n} \quad (2.10)$$

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.11)$$

Onde σ é a tensão superficial do líquido, \mathbf{n} é o vetor normal unitário na direção da superfície livre e $1/R_m$ é a curvatura media local da interface , calculada como:

$$\frac{1}{R_m} \mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \frac{\partial \mathbf{t}}{\partial s} - \frac{x_s}{r \sqrt{x_s^2 + r_s^2}} \mathbf{n} \quad (2.12)$$

\mathbf{t} é o vetor tangente unitário na direção da superfície livre, s é o comprimento do arco em coordenadas cilíndricas ao longo da interface e $x_s = \partial x / \partial s$ and $r_s = \partial r / \partial s$ são as derivadas espaciais com respeito a s .

2.3 Adimensionalização

Definem-se nesta seção as dimensões características do problema e apresenta-se a adimensionalização das equações de conservação de massa, de quantidade de movimento, de impermeabilidade na interface e de descontinuidade de tensão na interface. A partir deste processo surgem naturalmente os parâmetros adimensionais que governam o problema. Escolhe-se o diâmetro D do tubo como o comprimento característico, a velocidade da interface, U , como a velocidade característica e a viscosidade característica,

$\eta_c = \eta(\dot{\gamma}_c)$, como função de uma taxa de cisalhamento característica que é definida como $\dot{\gamma}_c = \frac{U}{D/2}$. A tensão característica τ_c é descrita em função das grandezas anteriores na forma: $\tau_c = \frac{\eta_c U}{D}$. As grandezas adimensionais tomam a forma: $\nabla' = D\nabla$, operador divergente, $\mathbf{u}' = \frac{\mathbf{u}}{U}$, velocidade, $\mathbf{T}' = \frac{\mathbf{T}}{\tau_c}$, tensor das tensões.

A equação da continuidade adimensional em notação tensorial fica com a forma:

$$\nabla' \cdot \mathbf{u}' = 0 \quad (2.13)$$

Substituindo as grandezas dimensionais pelas respectivas adimensionais nas equações de conservação de quantidade de movimento, obtém-se para equações:

$$\frac{\rho U D}{\eta_c} \mathbf{u}' \cdot \nabla' \mathbf{u}' = \nabla' \cdot \mathbf{T}' + \frac{\rho \mathbf{g} D^2}{\eta_c U} \quad (2.14)$$

Define-se o número de Reynolds em função das propriedades físicas do fluido como

$$Re = \frac{\rho U D}{\eta_c} \quad (2.15)$$

e a relação entre forças de corpo e forças viscosas como

$$\mathcal{F} = \frac{\rho g D^2}{\eta_c U} \quad (2.16)$$

Substituindo-se, então, (2.15) e (2.16) na Equação (2.14), obtém-se a seguinte equação adimensional:

$$Re \mathbf{u}' \cdot \nabla' \mathbf{u}' = \nabla' \cdot \mathbf{T}' + \mathcal{F} \quad (2.17)$$

Agora, substituindo os parâmetros adimensionais nas equações de impermeabilidade e de descontinuidade de tensão na interface, chega-se às seguintes formas adimensionais para as equações de interface:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}' = 0 \quad (2.18)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{T}') = \left(\frac{1}{Ca} \frac{1}{R'_m} + P_0 \right) \mathbf{n} \quad (2.19)$$

Onde Ca é o número de capilaridade, definido na Equação (1.2)

Em todos os processos que motivam o presente trabalho, os materiais apresentam, geralmente, uma viscosidade característica alta. Além disso, a velocidade de deslocamento dos materiais é relativamente baixa e o tubo é capilar, ou seja, com diâmetro muito pequeno. Portanto, a hipótese de um número de Reynolds desprezível é razoável. Ainda, como \mathcal{F} é proporcional ao quadrado do diâmetro e ao inverso da viscosidade, esse parâmetro assume valores muito pequenos e pode ser desprezado. Finalmente, com as simplificações mencionadas, $\mathcal{F} = 0$ e $Re = 0$, as equações de conservação de quantidade de movimento que governam o problema são reescritas em coordenadas cilíndricas, em termos de seus componentes x e r , como mostram as equações (2.20) e (2.21).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{xr}) + \frac{\partial}{\partial x} (T_{xx}) = 0 \quad (2.20)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r T_{rr}) - \frac{T_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial}{\partial x} (T_{rx}) = 0 \quad (2.21)$$

Conclui-se neste estágio da dissertação que o número de capilaridade, Ca , juntamente com os parâmetros reológicos, que surgem com a definição do modelo constitutivo, governam o processo de deslocamento de líquidos viscosos em tubos capilares com inércia desprezível.

2.4 Modelo Constitutivo

Em aplicações de engenharia, é comum a ocorrência de fluidos de trabalho que apresentam dependência entre a viscosidade e a taxa de deformação. Alguns fluidos apresentam variações de viscosidade de até três ordens de grandeza com a taxa de cisalhamento. Logo, é evidente que não se aplica a eles a Lei da Viscosidade de *Newton*, que supõe a extra-tensão como função linear da taxa de deformação, sendo a viscosidade a constante de proporcionalidade.

São apresentados e discutidos a seguir o modelo constitutivo de Fluido Newtoniano Generalizado, (FNG), que é utilizado no desenvolvimento desta dissertação e, também, as equações que descrevem o comportamento da viscosidade com a taxa de deformação.

Neste modelo, o Tensor das Tensões é decomposto, para um fluido incompressível, como:

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \boldsymbol{\tau} \quad (2.22)$$

Onde p é a pressão e $\boldsymbol{\tau}$ é o tensor extra tensão definido como mostra a Equação (2.23)

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (2.23)$$

Aqui, $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u}^T)$ é o tensor taxa de deformação e $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}tr(\dot{\boldsymbol{\gamma}})^2}$ sua intensidade. Ainda, $\eta(\dot{\gamma})$ é a função viscosidade, que depende exclusivamente da intensidade da taxa de deformação.

Esse modelo não é capaz de prever efeitos viscoelásticos, mas é razoável para a descrição dos efeitos pseudoplásticos e viscoplásticos que são os efeitos de interesse do presente trabalho.

A função viscosidade (η) é definida de acordo com o comportamento que se deseja analisar.

Para modelar o comportamento pseudoplástico usa-se a função *power-law* que calcula a viscosidade como:

$$\eta = \kappa \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.24)$$

Nesta função a viscosidade do fluido é caracterizada por dois parâmetros, o índice de consistência κ e pelo o índice de potência *power-law* n , onde $\dot{\gamma}$ é intensidade da taxa de deformação.

Para analisar os efeitos plásticos do líquido deslocado, utiliza-se, para descrever o comportamento da viscosidade com a taxa de deformação, a equação proposta por T.C. Papanastasiou [14] e que se escreve como a seguir:

$$\eta = \mu + \frac{\tau_0(1 - \exp^{-c\dot{\gamma}})}{\dot{\gamma}} \quad (2.25)$$

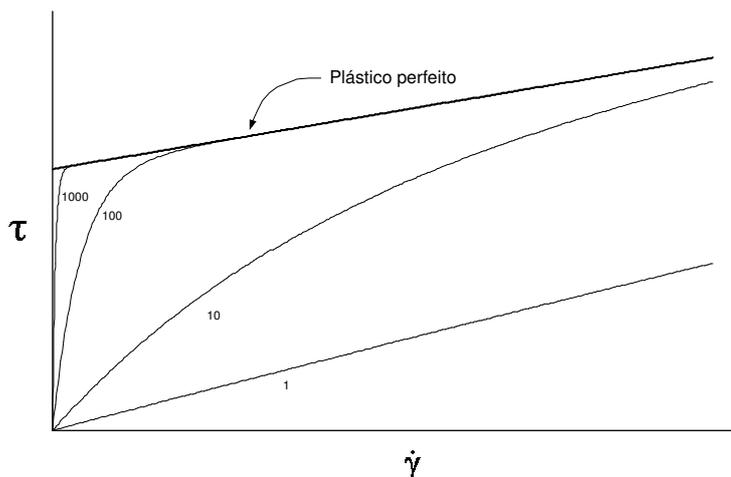


Figura 2.2: τ_{xy} em função de $\dot{\gamma}$ para equações de Papanastasiou com $c = 1000, 100, 10, 1$

Onde, τ_0 é a tensão limite de escoamento, μ é um patamar Newtoniano de viscosidade e c é uma constante de ajuste de curva.

A equação de fluido viscoplástico sugerida por E.C. Bingham [2], conhecida como plástico perfeito, é descontínua na tensão, o que torna complexa sua utilização em métodos computacionais.

Portanto, a sugestão de T.C. Papanastasiou [14], Equação (2.25), é uma forma alternativa para a função viscosidade que contorna o problema da descontinuidade.

Na Figura (2.2) são apresentadas curvas de τ em função de $\dot{\gamma}$ para vários valores de c , comparando-as com a curva do plástico de Bingham. A curva de tensão descrita pela equação de Papanastasiou se aproxima à do fluido plástico de Bingham à medida que se aumenta o valor de c . Conforme percebe-se na Figura (2.2), a equação de Papanastasiou recupera os valores de tensão previstos pelo modelo ideal de Bingham quando o parâmetro de ajuste c é suficientemente grande.

Capítulo 3

Formulação Numérica

O modelamento matemático de problemas físicos é bastante útil na análise de problemas complexos. Em análises numéricas é mais fácil isolar os efeitos de parâmetros relevantes que em métodos experimentais. Com o desenvolvimento de computadores e aprimoramento de métodos numéricos é possível a solução de problemas complexos de forma rápida e econômica. Uma série de outras vantagens torna a análise numérica muito freqüente e útil, apesar de ser sempre necessária uma validação por resultados experimentais.

Para analisar o problema descrito no capítulo anterior, resolvem-se as equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento. Um fator complicador presente no problema é a interface entre o líquido e o gás. Como se mostra na formulação física do problema, é necessário o estabelecimento de condições de contorno na interface cuja posição não é conhecida *a priori*. Este fato caracteriza o que se chama de *problema de superfície livre*. Uma forma para resolver esse tipo de problema é adotar um sistema

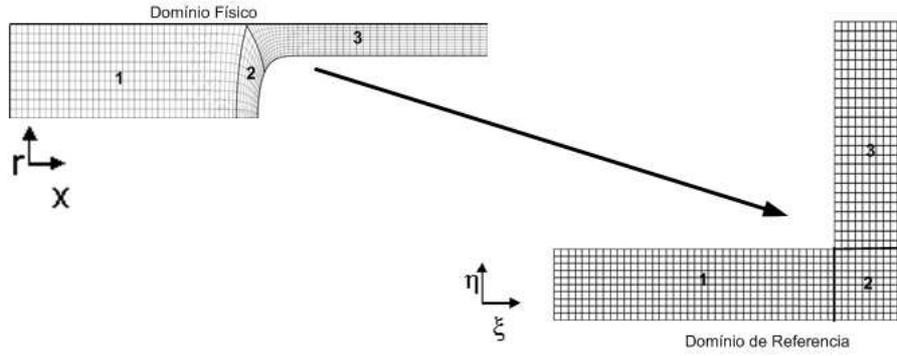


Figura 3.1: Mapeamento do domínio físico curvilíneo $r(r, x)$ em um domínio numérico retangular (ξ, η)

de referência fixo e reescrever as equações de conservação e as condições de contorno em função das coordenadas de referência. Para que isso seja possível, deve-se obter uma função de mapeamento que relacione o domínio físico, desconhecido a priori, com o domínio de referência, ou seja, $(x, r) = \mathcal{M}(\xi, \eta)$.

A relação entre as derivadas do domínio de referência com as do domínio físico são definidas de acordo com as equações (3.1) e (3.2)

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \left(\frac{\partial r}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\partial r}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{1}{|\mathbf{J}|} \left(-\frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \quad (3.2)$$

onde $|\mathbf{J}|$ é o determinante da matriz mudança de coordenadas.

Podem ser usadas várias categorias de equações para descrever o mapeamento do domínio físico. Por já terem sido largamente utilizadas com sucesso, adotam-se equações difusivas para solução do problema de superfície livre proposto no presente trabalho. Tais equações, freqüentemente chamadas de equações de malha, têm a seguinte

forma:

$$\nabla \cdot (D_\xi \nabla \xi) = 0 \quad e \quad \nabla \cdot (D_\eta \nabla \eta) = 0 \quad (3.3)$$

Como as demais equações de conservação do problema proposto, as equações de malha necessitam de condições de contorno para serem resolvidas. Estas condições de contorno se referem à ortogonalidade da malha, distribuição e flexibilidade dos nós e impermeabilidade da interface. Tais condições de contorno são discutidas com um pouco mais de detalhes na referencia [16].

É utilizado para a solução do problema o método de elementos finitos com a aproximação de Galerkin. Neste método, as variáveis são representadas em termos de funções de base previamente conhecidas como mostra a Equação (3.4).

$$u = \sum U_j \phi_j \quad ; \quad v = \sum V_j \phi_j \quad ; \quad p = \sum P_j \chi_j \quad ; \quad x = \sum X_j \phi_j \quad ; \quad r = \sum R_j \phi_j \quad (3.4)$$

Funções base biquadráticas (ϕ_j) são usadas para representar o campo de velocidades e coordenadas nodais e funções descontínuas lineares (χ_j) para discretizar os campos de pressão.

Aparecem então como variáveis do problema os coeficientes da expansão :

$$\mathbf{C} = [U_j \quad V_j \quad P_j \quad X_j \quad R_j]^T \quad (3.5)$$

e as equações de resíduo correspondentes ao método de Galerkin são:

$$R_{mx}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xx} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{xr} \right] r |\mathbf{J}| d\bar{\Omega} - f_x^i \quad (3.6)$$

$$R_{mr}^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\frac{\partial \phi_i}{\partial x} T_{xr} + \frac{\partial \phi_i}{\partial r} T_{rr} + \frac{\phi_i}{r} T_{\theta\theta} \right] r |\mathbf{J}| d\bar{\Omega} - f_r^i \quad (3.7)$$

$$R_c^i = \int_{\bar{\Omega}} \left[\chi_i \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) \right] r |\mathbf{J}| d\bar{\Omega} \quad (3.8)$$

$$R_x^i = \int_{\bar{\Omega}} [D_\xi \nabla \xi \cdot \nabla \phi_i] |\mathbf{J}| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_\xi (\mathbf{n} \cdot \nabla \xi) \phi_i \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma} \quad (3.9)$$

$$R_r^i = \int_{\bar{\Omega}} [D_\eta \nabla \eta \cdot \nabla \phi_i] |\mathbf{J}| d\bar{\Omega} + \int_{\bar{\Gamma}} D_\eta (\mathbf{n} \cdot \nabla \eta) \phi_i \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma} \quad (3.10)$$

Onde $f_x^i = \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_x \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma}$ e $f_r^i = \int_{\bar{\Gamma}} \mathbf{e}_r \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}) \phi_i r \frac{d\bar{\Gamma}}{d\bar{\Gamma}} d\bar{\Gamma}$ são os

componentes de força nos contornos nas direções axial e radial respectivamente.

Uma vez que todas as variáveis são representadas em termos das funções das bases, o sistema de equações diferenciais parciais se reduz a um sistema de equações algébricas, onde os coeficientes de expansão são as variáveis que se necessitam calcular. Este problema agora constitui um sistema de equações não lineares com uma matriz esparsa.

Usa-se o método de Newton na solução do sistema de equações não lineares e calculam-se as integrais em cada elemento pelo método da Quadratura Gaussiana com três pontos em cada direção. A cada iteração de Newton é resolvido um sistema linear usando um *solver frontal*. O domínio é dividido em 900 elementos que correspondem a 3801 nós e 17904 graus de liberdade, conforme mostra a Figura (3.2).

O método de Newton, usado na solução do sistema de equações não lineares, garante a convergência do problema, mas para que isso ocorra é necessária uma

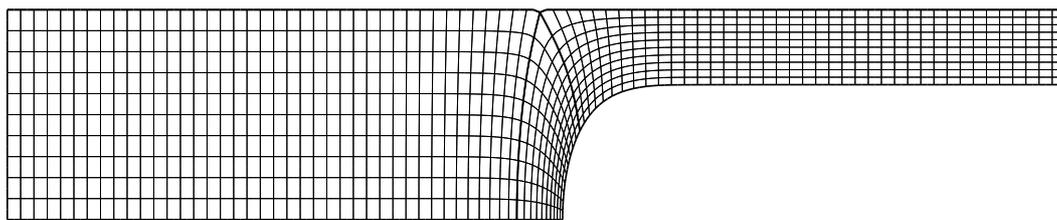


Figura 3.2: Malha característica do problema

boa aproximação inicial. O problema analisado neste trabalho é muito complexo por se tratar de um fenômeno de escoamento de fluido não newtoniano com superfície livre. Neste caso é impossível convergência sem uma boa aproximação inicial. Para a obtenção da solução do problema de interesse, resolve-se uma série de problemas preliminares, obtendo-se, portanto, as boas aproximações iniciais necessárias. Particularmente para o caso estudado neste trabalho, a série de problemas preliminares é proposta por Soares [16]. Esta série consiste na solução de três casos iniciais mais simples até que se chegue à solução do problema de interesse. A cada passo a solução encontrada é dada como aproximação inicial para próximo passo.

Conforme [16], no primeiro problema preliminar usado, representado na Figura (3.3), a condição de contorno nas faces (1) e (2) é de escoamento desenvolvido com pressão prescrita. A face (3) é uma parede, logo a condição é de impermeabilidade e não deslizamento. Na face (4), a placa se desloca com velocidade constante U e, finalmente, na face (5) o fluido pode deslocar sem atrito. Neste problema não se resolve a malha, simplificação que facilita o processo de convergência.

A partir da solução do problema anterior resolve-se um segundo problema, representado na Figura (3.4). As condições de contorno (1), (2), (3) e (4) são as mesmas

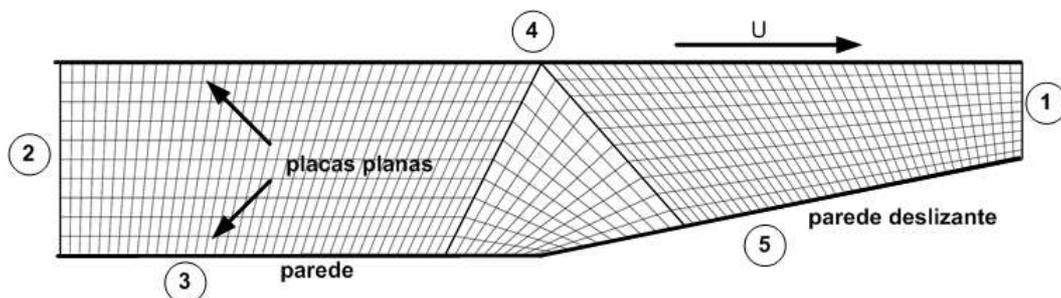


Figura 3.3: Malha do primeiro problema preliminar

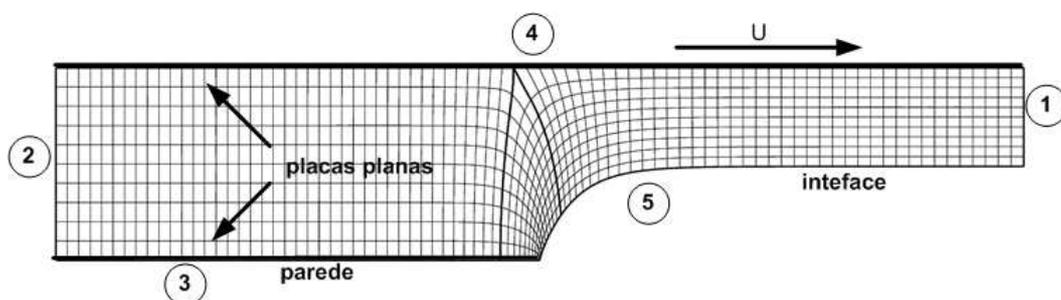


Figura 3.4: Malha do segundo problema preliminar

do problema anterior. Agora, resolve-se a malha impondo-se a condição de superfície livre na face (5). Isso faz com que a malha comece a ganhar a forma característica do problema.

Finalmente, resolve-se um terceiro problema, onde as condições nas faces (1), (2), (4),(5) são mantidas e aplica-se a condição de simetria axial na face (3). Neste último caso preliminar tem-se o escoamento entre placas planas, sendo esta única diferença entre ele e o problema de interesse, que se dá em um tubo.

Inicialmente, para verificar a eficiência da malha usada, analisa-se o parâmetro fRE modificado conforme proposto por Soares et al. [18]. Ainda para validar os resultados, comparam-se os do presente trabalho com outros encontrados na literatura.

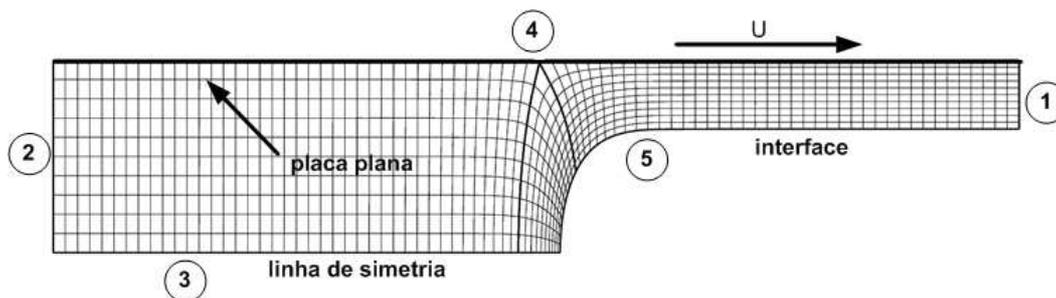


Figura 3.5: Malha do terceiro problema preliminar

Como mencionado anteriormente, usa-se para testar a eficiência da malha um novo número fRe , fator de atrito de Darcy multiplicado pelo número de Reynolds, proposto por Soares et al. [18]. Os autores mostram que o parâmetro fRe modificado é sempre igual a 64 na região desenvolvida do escoamento, independente da geometria e das propriedades reológicas do fluido, podendo-se calcular como mostra a Equação (3.11):

$$fRe = \frac{-16 \frac{dp}{dx} D}{\tau_s} \quad (3.11)$$

Este parâmetro é interpretado fisicamente como sendo a razão entre a queda de pressão característica e a tensão de cisalhamento na parede do tubo.

Obtém-se, para a malha que corresponde a $\tau'_0 = 0,5$, $fRe = 64,368$, portanto, um desvio de 0,575% do valor exato, sugerindo que a malha é suficientemente fina para análise do problema proposto.

Para avaliar os resultados obtidos com essa malha comparam-se os valores previstos para a fração de massa depositada na parede, m , com valores previstos por outros pesquisadores para o mesmo parâmetro em problemas semelhantes. No gráfico 4.5 são comparados os valores previstos em trabalhos de Taylor [19] e Cox [4] para fluidos

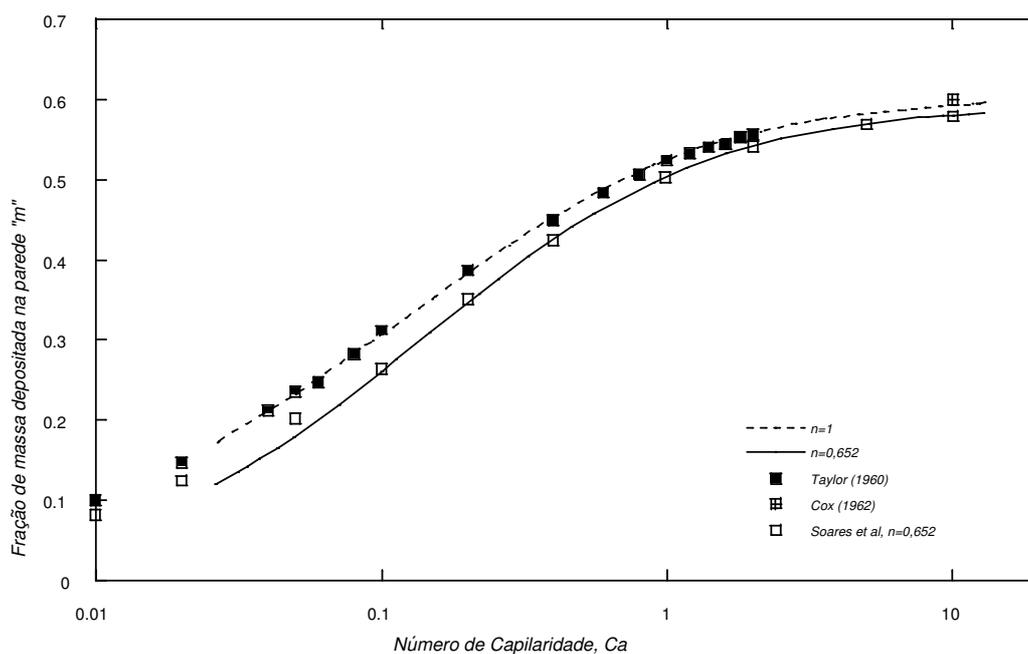


Figura 3.6: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para fluido Newtoniano e um fluido pseudo-plástico com $n = 0,652$. As linhas, pontilhada e contínua, são previsões numéricas do presente trabalho enquanto os símbolos representam dados experimentais de Taylor [19] e Cox [4] e previsões de Soares et al [17].

Newtonianos e previsões numéricas de Soares et al. [17] para fluidos pseudoplásticos.

Observa-se uma pequena discordância entre os valores de m obtidos pelo presente trabalho e as previsões de Soares et al. para pequenos números de capilaridade. Isso pode ser devido ao uso de uma malha mais fina que a usada por Soares et al. [17].

Capítulo 4

Resultados

Apresentam-se aqui os resultados teóricos que se obtém com o uso da técnica numérica descrita no capítulo anterior. É conveniente dividir os resultados de acordo com a função de viscosidade usada. Focaliza-se a análise na influência do número de capilaridade, Ca , na fração de massa de líquido depositada na parede do tubo, m , e na forma da frente da interface, durante o escoamento dos fluidos. Estudam-se, ainda, os efeitos dos parâmetros reológicos, como o índice de potência *power law*, n , da tensão limite de cisalhamento τ_0 .

4.1 Caso Newtoniano

São apresentadas as previsões obtidas para fluido Newtoniano a fim de validar o modelo proposto, sobretudo, o uso das hipóteses simplificadoras.

Estudam-se inicialmente os efeitos da variação do número de capilaridade, $Ca = \frac{\mu U}{\sigma}$, sobre a fração de massa depositada na parede do capilar, $m = 1 - \left(\frac{R_b}{R_0}\right)$.

Analisa-se o problema considerando um escoamento lento com empuxo desprezível, isto é, número de Reynolds Re e \mathcal{F} aproximadamente nulos.

As previsões numéricas de m em função de Ca para o caso Newtoniano são apresentadas no gráfico da Figura (4.1), onde são comparadas com os consagrados resultados experimentais de Taylor [19] e Cox [4]. As previsões numéricas recuperam os resultados experimentais de Taylor. Além disso recuperam-se os resultados de Cox, que indicam um valor assintótico de 0,6 para fração de massa depositada na parede do tubo capilar, m , quando o número de capilaridade aproxima-se de 10. Os resultados de Taylor e Cox, assim como as previsões numéricas do presente trabalho, indicam uma queda na fração de massa depositada na parede tubo capilar com a redução do número de capilaridade. Percebe-se na faixa de baixos números de capilaridade um gradiente elevado de m em função de Ca . Isso indica que o controle da deposição de pequenas espessuras de filmes pode ser muito difícil, tornando processos como revestimentos e confecções de tubos mais complexos.

A Figura (4.2) mostra previsões numéricas para perfis de frente da interface para os casos com números de capilaridade, $Ca = 1,6$ e $Ca = 0,1$. Os resultados teóricos, representados por linhas, são comparados com dados experimentais de Cox, representados pelos círculos escuros, e previsões numéricas de Soares et al. [17], representadas por linhas pontilhadas. As previsões numéricas apresentam uma boa concordância com os resultados experimentais de Cox. Observa-se uma pequena variação na comparação com as previsões de Soares et al., esta variação pode ser justificada pelo uso de uma malha com mais elementos, o que proporciona maior precisão nos resultados.

Nota-se também que ao diminuir o número de capilaridade, que é equivalente a aumentar a influência da tensão superficial, a interface se achata, tornando o processo de deslocamento do líquido dentro do tubo mais eficiente.

A Figura (4.3) mostra três padrões de linhas de corrente em função do número de capilaridade. As linhas de corrente referentes a $Ca = 10$ apresentam um único ponto de estagnação sem a presença de recirculações. No padrão apresentado para $Ca = 0,1$ observa-se a presença de um anel de recirculação que domina grande parte da frente da interface. Nota-se ainda a presença de uma pequena recirculação e apenas um ponto de estagnação em torno de $Ca = 0,6$, diferente da sugestão de Taylor e de resultados de Soares [17] que prevêem a formação de dois pontos de estagnação para este caso. Cox [5] também não observa os dois pontos de estagnação quando analisa o problema experimentalmente. Possivelmente, o padrão em que aparecem os dois pontos de estagnação é muito instável, sob o ponto de sugerindo a necessidade de uma análise mais refinada na faixa de número de capilaridade em torno de $0,6$.

4.2 Caso Pseudoplástico

Estudam-se nesta seção os efeitos pseudoplásticos. Na análise destes efeitos usa-se o modelo de Fluido não Newtoniano Generalizado, descrito no capítulo anterior. Usa-se a função de viscosidade *power law* (2.24). O número de capilaridade é definido segundo a Equação (1.2), onde se calcula η_c em função da taxa de cisalhamento característica, definida como $\dot{\gamma}_c = \frac{U}{R_0}$. Os resultados que se apresentam nesta seção procuram cobrir uma faixa de n maior que as que se encontram na literatura com uso de uma malha

mais refinada que a utilizada por Soares et al. [17].

A Figura (4.5) apresenta resultados teóricos do efeito de Ca sobre m para dois fluidos. Comparam-se os resultados teóricos do presente trabalho para $n = 1$, caso Newtoniano, e $n = 0,652$, com as previsões numéricas de Soares et al.[17], Obtendo-se uma boa concordância de resultados. Entretanto, observa-se uma pequena variação entre as previsões destes autores com as do presente trabalho para Ca menor que 0, 1. Isso pode se justificar pela acentuada deformação da malha nesta faixa de número de capilaridade, tornando a previsão de m mais sensível à precisão da malha. Além disso, a sensibilidade de m com Ca é bem maior na faixa de $Ca \leq 0,1$, indicando que pequenos erros na determinação dos campos de velocidade, pressão e malha são amplificados nesta região. Portanto, os resultados sugerem que para analisar rigorosamente a deposição de pequenas espessuras de filme torna-se necessário a utilização de malhas bem finas, enquanto a previsão de grandes deposições pode ser obtida com o uso de malhas menos refinadas.

Em processos como recuperação de óleos em leitos porosos e remoção de muco em vias aéreas pulmonares, o número de capilaridade é geralmente alto, por tratar-se de deslocamentos de fluidos extremamente viscosos. Logo, uma malha menos refinada deve ser suficiente para a previsão da fração de massa perdida.

A Figura (4.6) mostra o perfil da frente da interface para um fluido *power law* com $n = 0,652$. São apresentados previsões do presente trabalho e de Soares et al. [17], para escoamentos com $Ca = 10$. Fica evidente a equivalência entre as duas previsões para este caso.

Estuda-se o efeito da pseudo-plasticidade, n , na variação de m com Ca . O

gráfico apresentado pela Figura (4.7) mostra a variação de m com Ca para vários valores do índice de potência *power law*, n . O presente trabalho explora uma faixa de $0,3 \leq n \leq 1$, cobrindo uma faixa maior que a analisada por Soares et al. [17], que exploram a faixa entre $0,485 \leq n \leq 0,8$.

Observa-se a tendência de decréscimo de m com o aumento do grau de pseudo-plasticidade, e ainda, que o líquido pseudo-plástico conserva o padrão assintótico para a variação de m com Ca , descrito por Taylor [19] e confirmado por Cox [4], para fluidos Newtonianos. Estes resultados recuperam quantitativamente as previsões de Soares et al.[17] e qualitativamente os resultados experimentais de Kamisli [9]. Kamisli & Ryan [11] prevêem, por um método de perturbação, um comportamento qualitativo oposto aos resultados experimentais para fluidos pseudo-plásticos.

A Figura (4.8) apresenta a variação da forma da interface com o grau de pseudo-plasticidade. São apresentados os perfis para $n = 1, 0,652$ e $0,3$ com número de capilaridade fixo em 10. São apresentados o perfis com $Ca=10$ devido ao padrão ser assintótico para números de capilaridade nesta faixa. Os perfis apresentados confirmam o comportamento descrito anteriormente, ou seja, o parâmetro m cai com o índice de potência n . Mostra-se ainda um achatamento da frente da interface à medida que se reduz o índice de potência n , ou seja, quando se aumenta o grau de pseudo-plasticidade.

Para ressaltar a influência da pseudo-plasticidade, mostra-se na Figura (4.9) o efeito da variação do parâmetro n sobre a fração de massa, m , depositada na parede do tubo capilar para valores do número de capilaridade maiores que 10. Os resultados sugerem uma dependência linear de m em função do índice n na faixa $0,65 \leq n \leq 1$,

onde pode-se calcular a fração de massa depositada como: $m = 0,057n + 0,543$. Ainda, o mesmo gráfico mostra que a influência da pseudo-plasticidade, na deposição de massa na parede, se intensifica à medida que o material se afasta do comportamento Newtoniano, indicando uma taxa de variação de m maior no intervalo de $n \leq 0,652$. Cabe ainda, claramente, uma análise mais detalhada nesta faixa de $n \leq 0,652$, onde a curva se desvia do comportamento linear.

Apresentam-se na Figura (4.10) os padrões de linhas de corrente em $Ca = 10$ e $n = 0,652$, $0,4$ e $0,3$. Mais uma vez verifica-se o efeito de achatamento da frente da interface e o conseqüente decréscimo de m com o aumento do grau de pseudo-plasticidade. Este efeito é similar ao observado quando há uma queda de Ca em um escoamento com fluido Newtoniano. Entretanto, diferente do caso Newtoniano, não se observa recirculação mesmo no caso de $n = 0,3$, onde o interface já se encontra largamente achatada. A Figura (4.11) completa a análise anterior, mostrando as malhas referentes às linhas de corrente citadas acima.

A Figura (4.12) mostra a influência do número de capilaridade nos padrões de linhas de corrente para o deslocamento de um fluido pseudo-plástico com $n = 0,3$. Nota-se que as recirculações surgem apenas em números de capilaridade menores que $0,4$, diferindo significativamente do caso Newtoniano. Neste caso as recirculações surgem em $Ca \leq 0,6$.

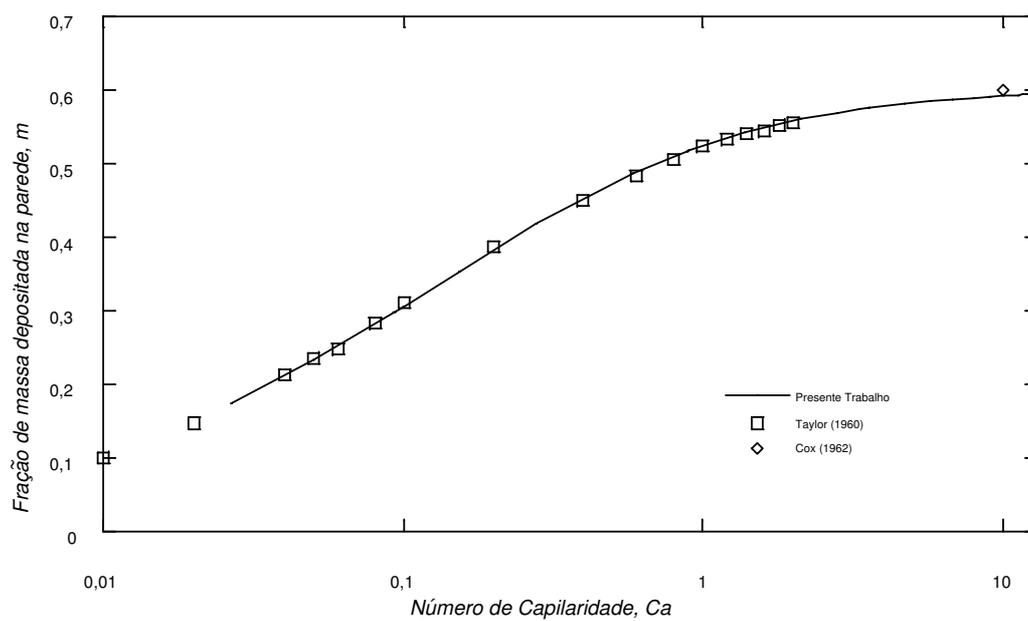


Figura 4.1: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para o caso newtoniano. Os quadrados são os resultados experimentais de Taylor e o losango representa o de Cox. A linha refere-se as previsões numéricas deste trabalho.

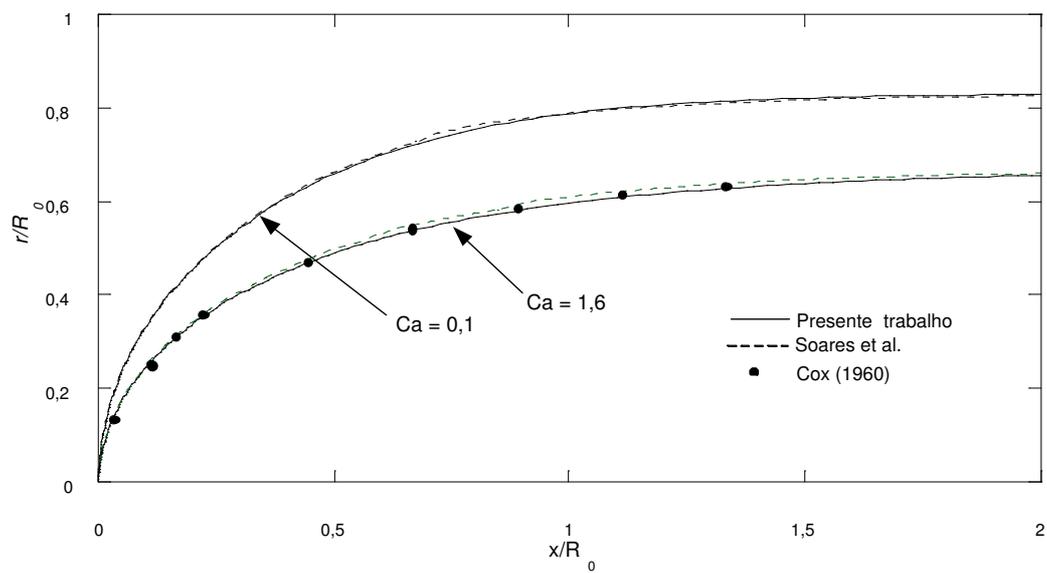


Figura 4.2: Perfis da frente da interface para números de capilaridade iguais a $Ca = 1,6$ e $0,1$, para o caso newtoniano.

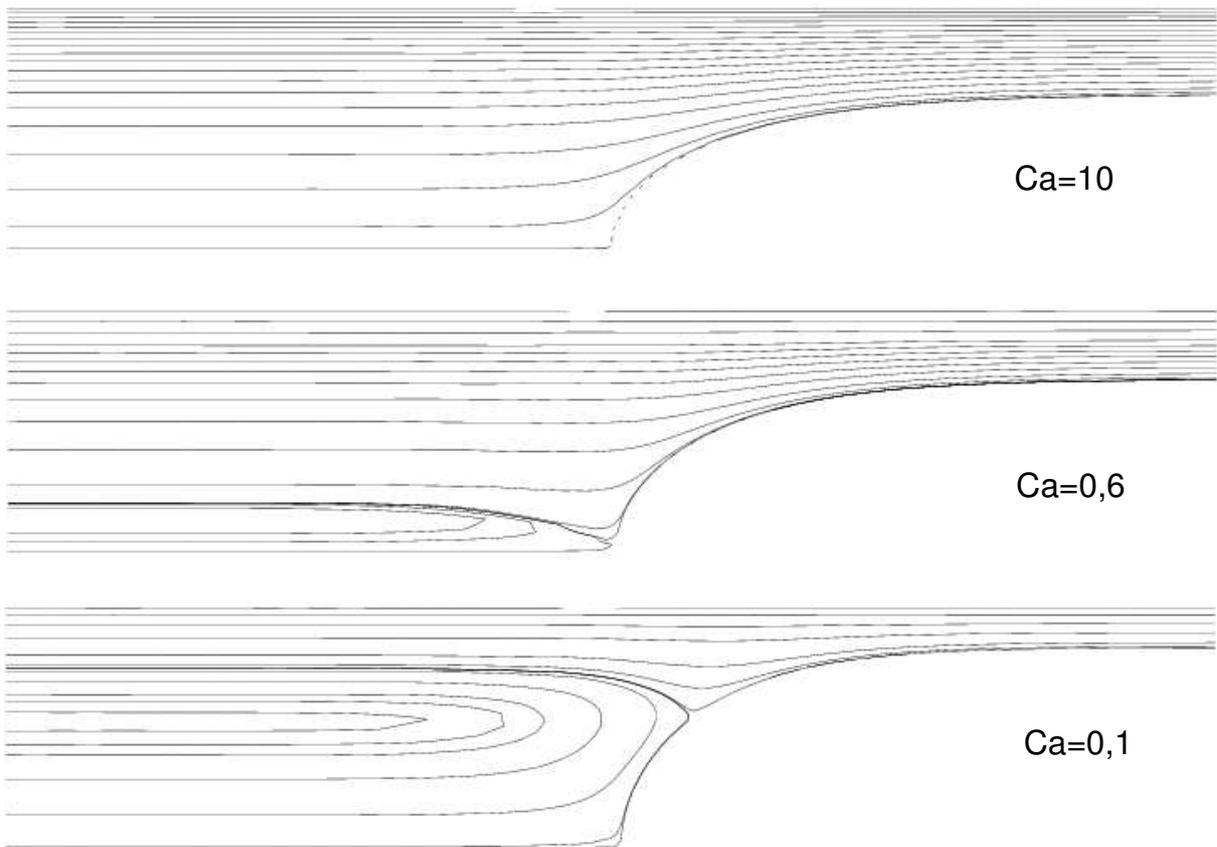


Figura 4.3: Linhas de corrente para $Ca = 10$, $0,6$ e $0,1$.

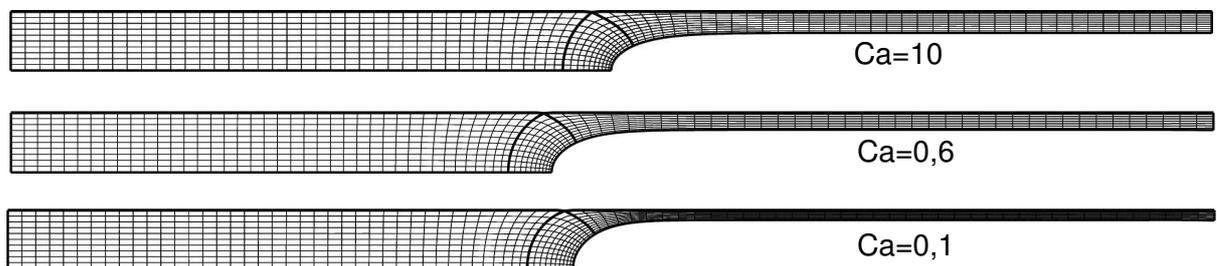


Figura 4.4: Malhas para capilaridades iguais a 10 , $0,6$ e $0,1$.

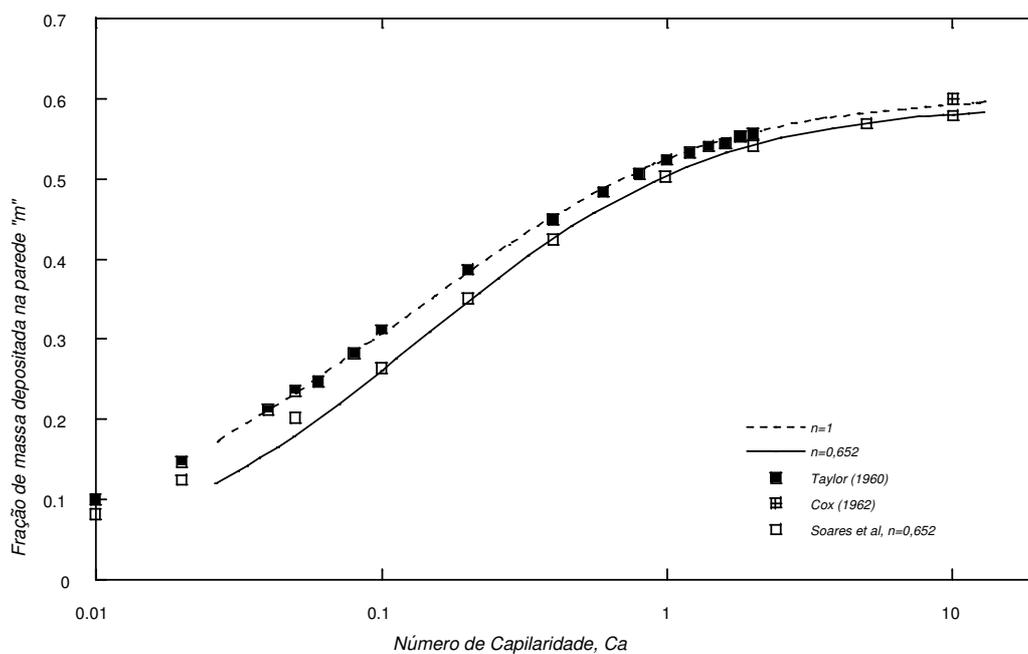


Figura 4.5: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para fluido Newtoniano e um fluido pseudo-plástico com $n = 0,652$. As linhas, pontilhada e contínua, são previsões numéricas do presente trabalho enquanto os símbolos representam dados experimentais de Taylor [19] e Cox [4] e previsões de Soares et al [17].

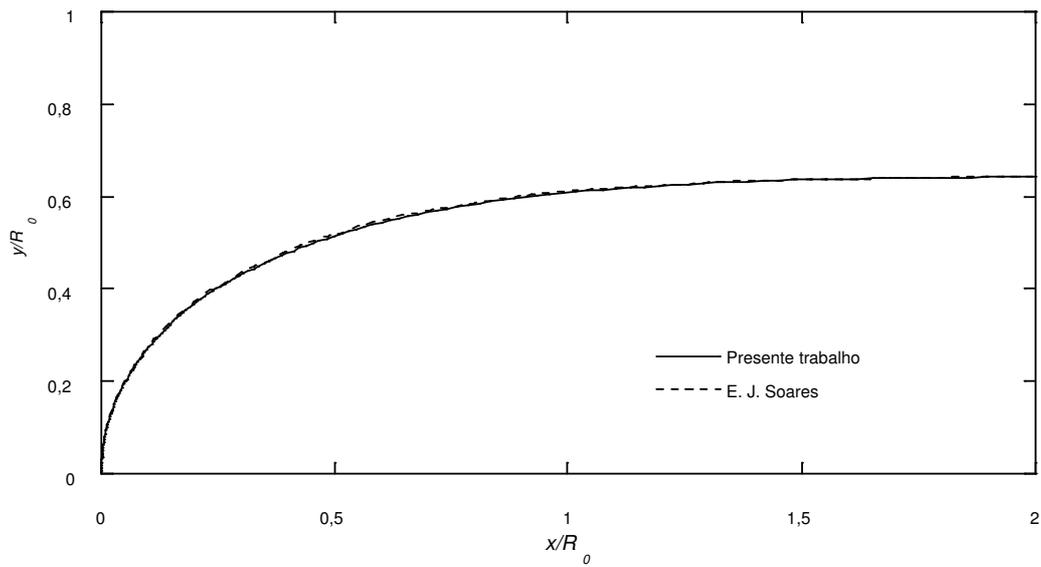


Figura 4.6: Perfis da frente da interface para número de capilaridade iguais a $Ca = 10$ e $n = 0,652$.

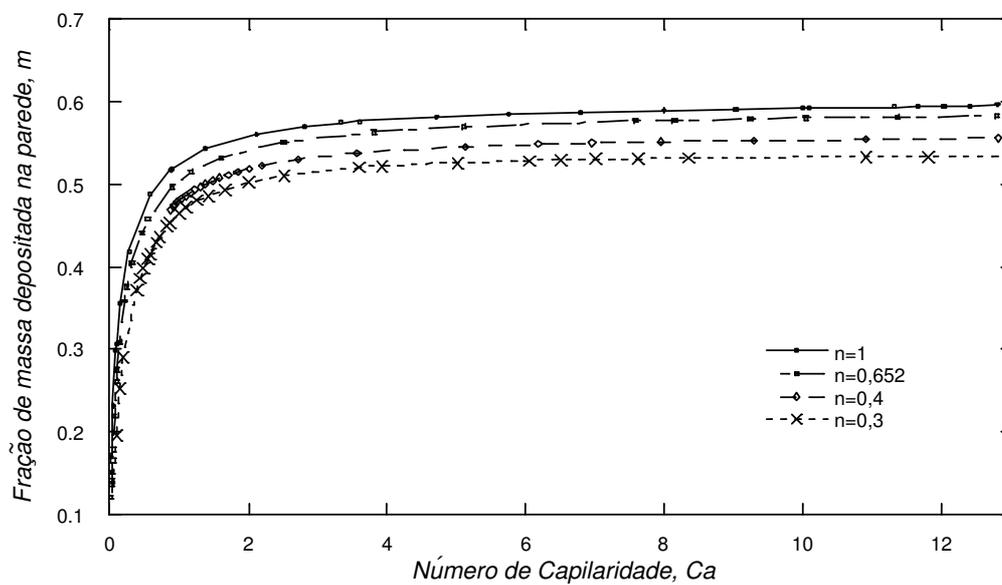


Figura 4.7: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para índice de potência, n , iguais a 1, 0,652, 0,4 e 0,3.

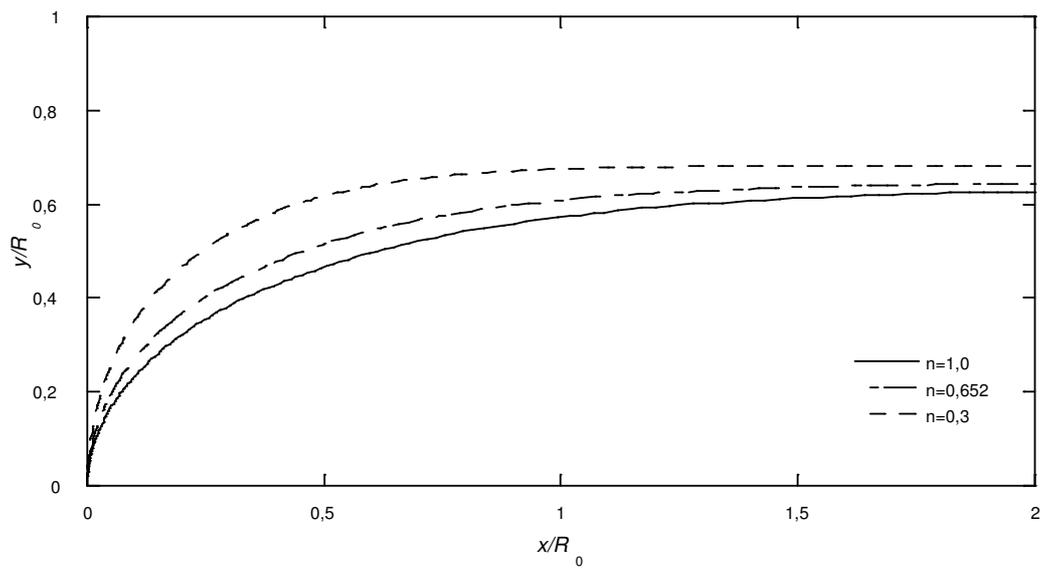


Figura 4.8: Perfis da frente da interface para número de capilaridade igual a $Ca = 10$ e $n = 1, 0$, $n = 0,652$ e $0,3$.

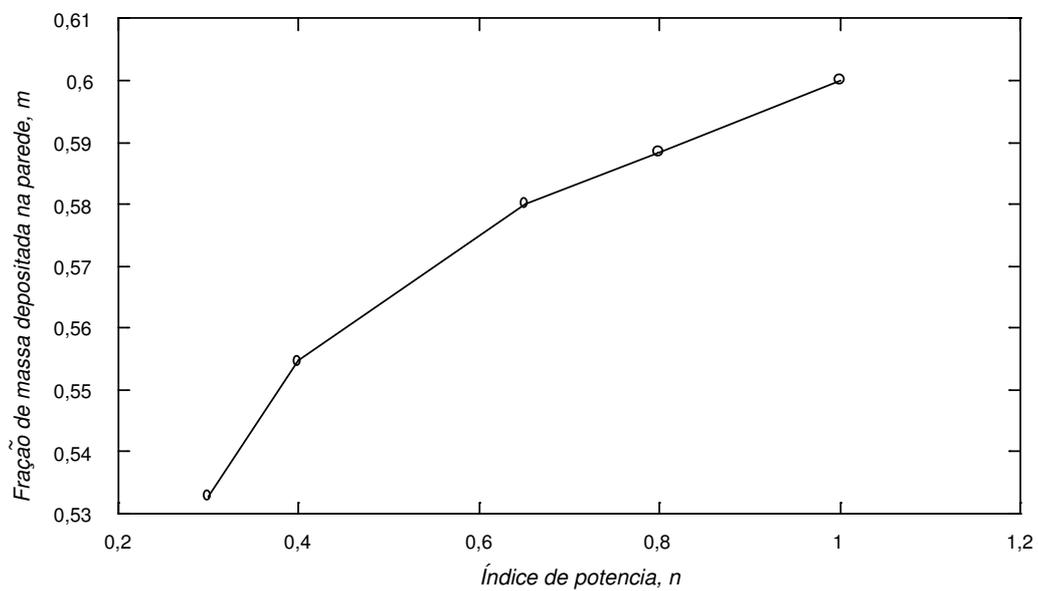


Figura 4.9: Fração de massa depositada na parede do tubo para $Ca > 10$ em função do índice de potência, n .

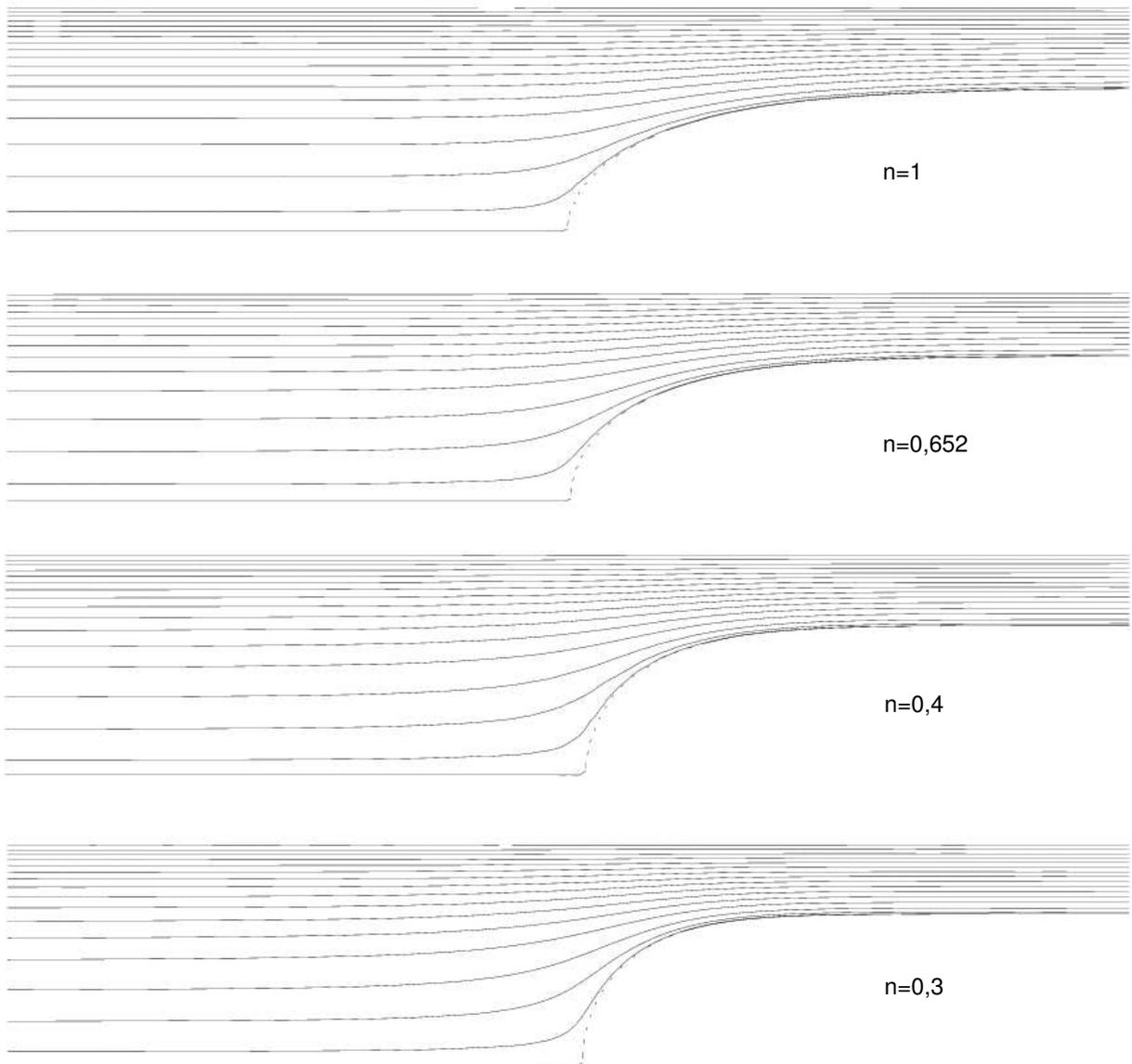


Figura 4.10: Linhas de corrente para $Ca = 10$ e $n = 0,652$, $0,4$ e $0,3$.

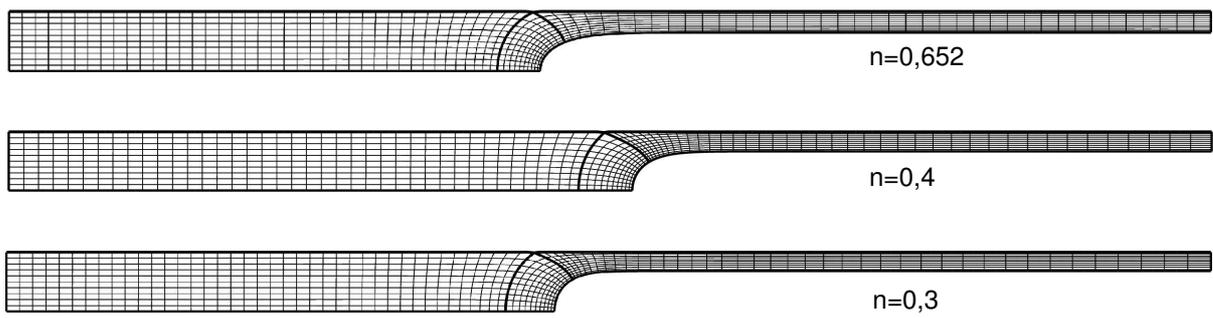


Figura 4.11: Malhas para $Ca = 10$ e $n = 0,652$, $0,4$ e $0,3$

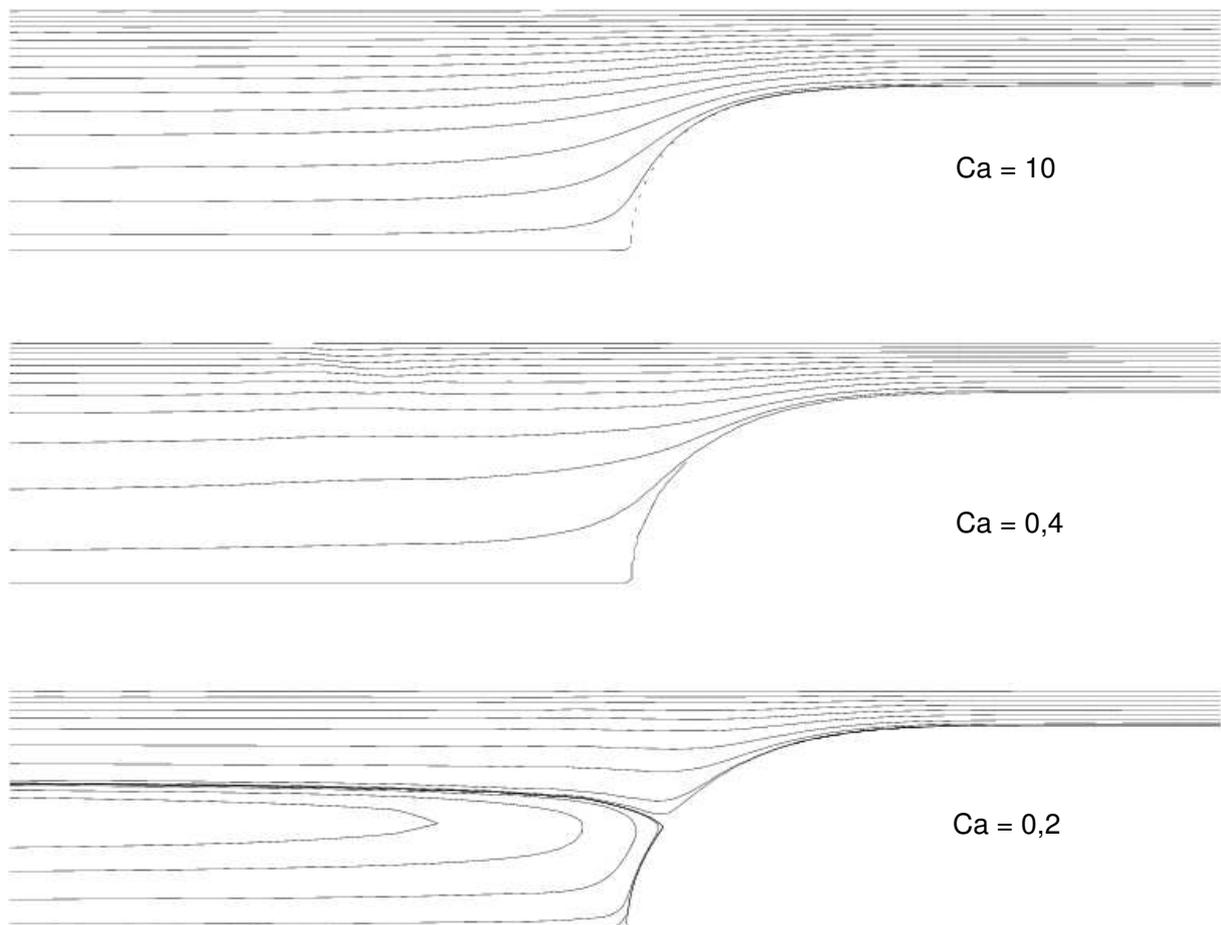


Figura 4.12: Linhas de corrente para $n = 0,3$ e $Ca = 10$, $0,4$ e $0,2$.

4.3 Caso Plástico

Para descrever o feito viscoplástico usa-se a função de viscosidade proposta por Papanastasiou [14] que representa o comportamento do plástico ideal de Bingham com uma função contínua descrita pela Equação (2.25). A equação de Papanastasiou conforme, apresentada no gráfico da Figura (2.2), se aproxima do comportamento plástico perfeito à medida que elevamos o parâmetro de ajuste c . Usa-se no presente trabalho $c = 1000$, que é sugerido pela literatura como suficientemente grande, portanto, resgatando o comportamento de plástico perfeito proposto por Bingham [2].

São analisados no presente trabalho os efeitos da tensão limite de escoamento adimensional, $\tau'_0 = \frac{\tau_0}{\tau_c}$ na variação de m , no perfil da frente da interface e padrão de linhas de corrente.

Para evidenciar o desvio do comportamento Newtoniano provocado pelo aumento da tensão limite de cisalhamento, mostra-se na Figura (4.13) os perfis de velocidade adimensional na região desenvolvida do escoamento para os diferentes valores τ'_0 0, 0,5, 0,75, 0,85 analisados. Os perfis são traçados segundo um referencial estacionário e adimensionalizados em função da velocidade média do escoamento. É evidente na figura um perfil pistonado de velocidade na região central do tubo, onde as taxas de cisalhamento são baixas e o fluido tem movimento de corpo rígido.

Na análise dos efeitos viscoplásticos feita nesta sessão, comparam-se às previsões do presente trabalho com as previsões feitas por Dimakopoulos & Tsamopoulos [6]. Em seu trabalho Dimakopoulos & Tsamopoulos analisam os efeitos viscoplásticos sobre o processo de deslocamento de líquidos em tubos capilares por injeção de gás. Os

τ'_0	m_∞ presente trabalho	m_∞ Dimakopoulos	desvio %
0,206	0,5857	0,5801	0,96
0,00891	0,5923	0,6006	1,39

Tabela 4.1: Comparação entre previsões do presente trabalho e de Dimakopoulos & Tsamopoulos.

autores analisam o problema acompanhando o avanço da interface no fluido com o tempo, ou seja analisam um problema transiente. A Tabela (4.1) mostra uma comparação dos valores da fração de massa previstos pelo presente trabalho, em capilaridades altas, com os obtidos por Dimakopoulos & Tsamopoulos. Nesta tabela, m_∞ indica a fração de massa depositada quando a interface atinge sua forma desenvolvida dentro do tubo. As análises destes autores indicam que a interface atinge sua forma final após deslocar uma pequena fração do comprimento do tubo. Isto está de acordo com os resultados experimentais de Cox [4] que analisa o deslocamento de um fluido Newtoniano. Portanto, assim como para o caso Newtoniano, os resultados presentes na literatura sugerem que a análise de deslocamento de materiais viscoplásticos em tubos capilares pode ser feita em regime permanente, sem perda de generalidade.

O desvio entre os resultados do presente trabalho com as previsões de Dimakopoulos & Tsamopoulos é menor que 1,5% para os dois casos comparados, indicando uma satisfatória concordância de resultados. Não é possível uma comparação mais extensa por causa da estreita faixa de variação de τ_0 analisada pelos autores.

Mostra-se a influência da plasticidade na variação da fração de massa, m , depositada na parede do capilar em função do número de capilaridade, nas curvas apresentadas nas Figuras (4.14) e (4.15). Estas figuras evidenciam a tendência de queda de m com o aumento de τ'_0 , concordando qualitativamente com os resultados experimentais de Poslinski [15]. Ainda, pode ser observada para toda a faixa de τ'_0 analisada a mesma tendência assintótica do crescimento de m com Ca , semelhante ao caso de fluidos Newtonianos.

Figura (4.16) mostra que o aumento da tensão limite de cisalhamento provoca um achatamento na forma da frente da interface semelhante ao observado com a redução do índice de potência do fluido pseudo-plástico.

Para explorar o efeito da tensão limite de cisalhamento sobre a deposição de massa na parede do capilar, são mostradas na Figura (4.17) as previsões para o valor de m em função de τ_0 . Neste gráfico o número de capilaridade é mantido igual a 10. Semelhante ao caso pseudo-plástico, a taxa de variação de m com τ_0 aumenta à medida que o fluido se desvia do comportamento Newtoniano. Novamente, este gráfico deve ser melhor explorado, analisando-se pontos intermediários.

São apresentados na Figura(4.18) os padrões de linhas de corrente para fluido plástico com $Ca = 10$ e τ'_0 iguais a 0, 0,5, 0,75 e 0,85. Nota-se, neste caso, a ausência de recirculações, mesmo nos casos onde o perfil da interface é extremamente achatado. Para complementar a análise dos casos de capilaridade fixa com variação de τ'_0 , as malhas resultantes da solução destes casos são apresentadas na Figura (4.19). Semelhante ao que se faz no caso de fluido pseudo-plástico, analisam-se os padrões de linhas de corrente

com $\tau'_0 = 0,85$, variando-se o número de capilaridade. Os resultados desta análise são mostrados na Figura(4.20). Diferente do caso pseudo-plástico, nenhuma recirculação é observada, mesmo em números de capilaridade extremamente baixos. Portanto, os resultados sugerem que o efeito plástico inibe totalmente as recirculações.

Finalmente, a Figura (4.21) mostra o campo de taxa de deformação para um fluido Newtoniano, pseudo-plástico e viscoplástico com número de capilaridade fixo em 10. Percebe-se para o caso Newtoniano, (4.21_a), que as maiores taxas de deformação encontram-se próximas à parede e em toda frente da bolha, enquanto as menores taxas são observadas à medida que o escoamento avança à direita da frente da interface. Nesta região o escoamento tende ao movimento de corpo rígido. Nota-se, ainda, uma distribuição suave de taxa de deformação no caso Newtoniano. Nítidas diferenças são observadas quando se analisa o campo de deformação para o caso pseudo-plástico, (4.21_b). Agora, as taxas de deformação são mais intensas próximo à parede e em uma parte da frente da interface, deslocada da ponta no sentido horário. Ainda, nota-se uma distribuição de taxa de deformação menos suave, ou seja, variações mais bruscas da intensidade da taxa de deformação, quando comparada com o caso Newtoniano. O último campo de taxa de deformação refere-se ao caso de escoamento de um fluido viscoplástico, (4.21_c). Novamente em comparação com o Newtoniano, as taxas são intensificadas na região próxima à parede e em uma parte da frente da interface, deslocada da ponta no sentido horário como no caso anterior. Agora, a distribuição da intensidade da taxa de deformação é bem menos suave que os dois casos anteriores. Além disso, é possível notar uma região dominante onde não existe deformação do fluido, caracterizando um movimento de corpo rígido no

centro do tubo e na região à direita da interface. Portanto, os resultados sugerem que uma grande parte do fluido plástico se desloca como um corpo rígido no processo de injeção de gás.

Concluindo os resultados, tenta-se explicar o achatamento da interface quando o fluido se desvia do comportamento Newtoniano, com base no balanço de forças na interface, Equação (2.10). Escrevendo o tensor das tensões em função do tensor extra tensão e da pressão, a equação anterior toma a forma da Equação (4.1).

$$(P_0 - P)\mathbf{n} + (\eta\dot{\gamma}) \cdot \mathbf{n} = \frac{\sigma}{R_m}\mathbf{n} \quad (4.1)$$

Na análise do caso pseudo-plástico, ocorre possivelmente uma queda acentuada na viscosidade na frente da interface em comparação com o Newtoniano, conforme mostra a Figura (4.21). Isso se deve às altas taxas de deformação presentes nesta região. A redução da viscosidade deve provocar uma queda na tensão na frente da interface. Para que se mantenha o balanço de força, obedecendo a Equação (4.1), é necessário que ocorra a redução da curvatura, ou seja, um aumento do raio médio de curvatura e conseqüentemente o achatamento da interface.

Diferentemente, para o fluido plástico, o que se observa é a presença de baixas taxas de deformação na frente da interface, o que sugere uma tendência de queda de tensão em relação ao caso Newtoniano. A queda de tensão deve atuar da mesma forma que no caso pseudo-plástico, fazendo com que a bolha se achate, aumentando o raio médio de curvatura e equilibrando, portanto, o balanço de forças na frente da interface, descrito na Equação (4.1).

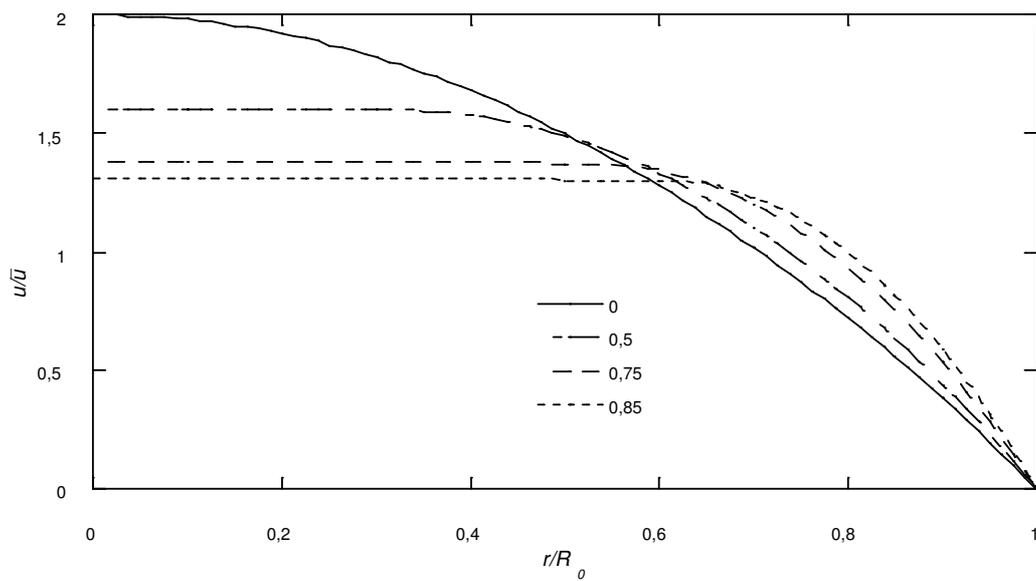


Figura 4.13: Perfis de velocidade adimensional, segundo um referencial estacionário, em uma região distante da frente da bolha para $\tau'_0 = 0, 0,5, 0,75$ e $0,85$

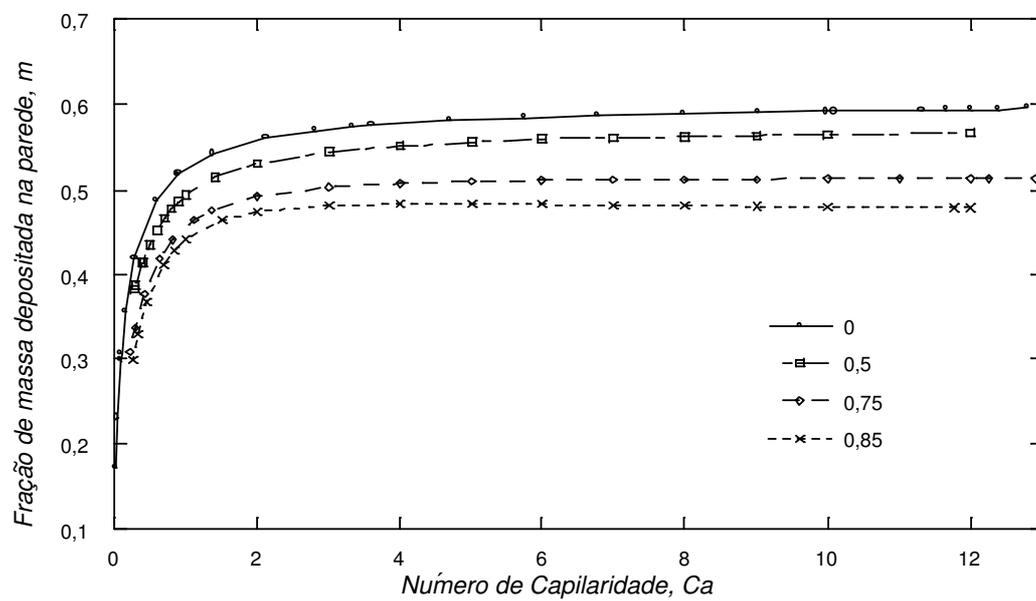


Figura 4.14: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para tensão limite de cisalhamento adimensional, τ'_0 , iguais a $0, 0,5, 0,75$ e $0,85$.

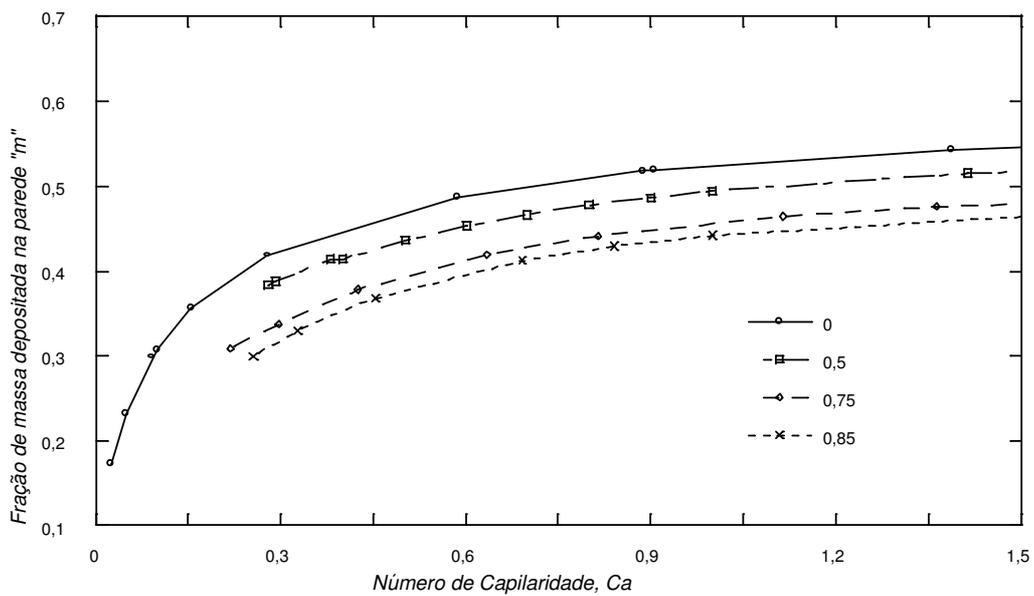


Figura 4.15: Fração de massa depositada na parede do tubo em função do número de capilaridade para tensão limite de cisalhamento adimensional, τ_0^l , iguais a 0, 0,5, 0,75 e 0,85. Detalhe.

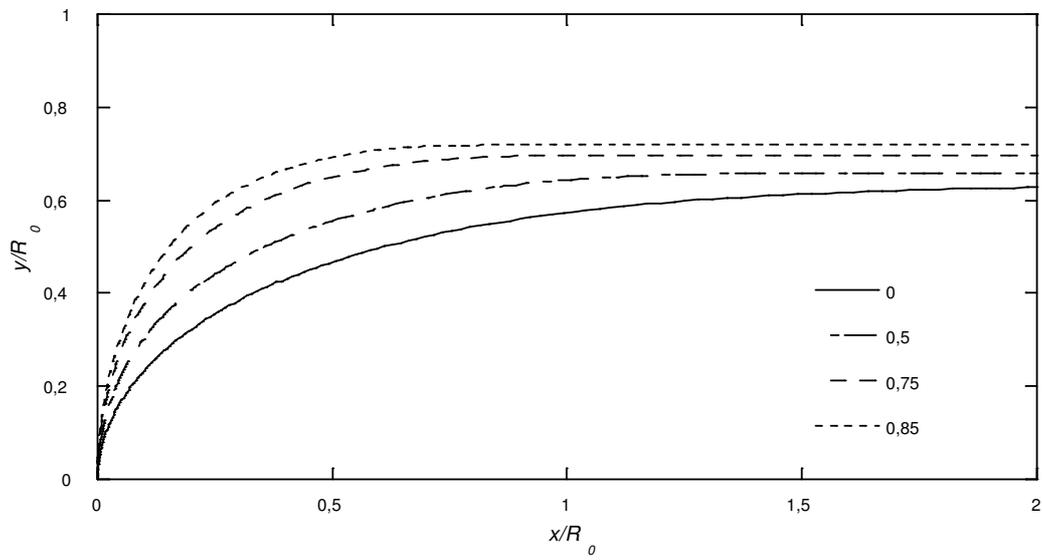


Figura 4.16: Perfis da frente da interface para número de capilaridade iguais a $Ca = 10$ e $\tau'_0 = 0,5$, $0,75$ e $0,85$.

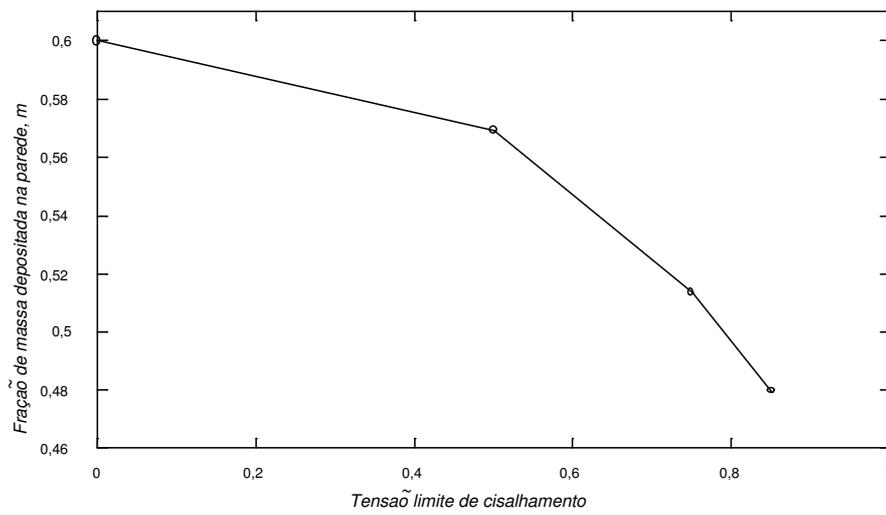


Figura 4.17: Fração de massa depositada na parede do tubo para $Ca = 10$ em função da tensão limite de cisalhamento adimensional, τ_0'

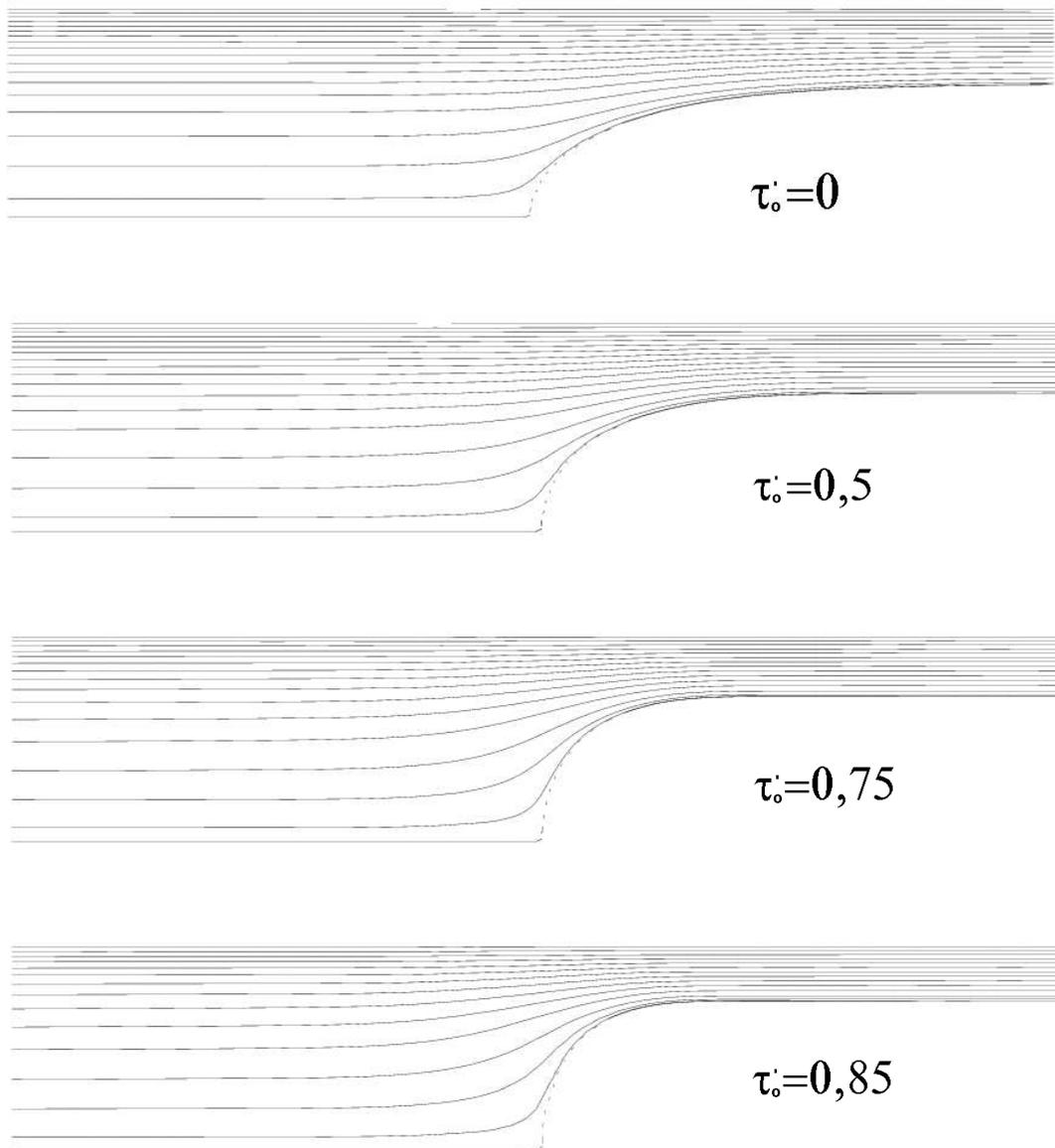


Figura 4.18: Linhas de corrente para $Ca = 10$ e τ_0' , iguais a 0, 0,5, 0,75 e 0,85.

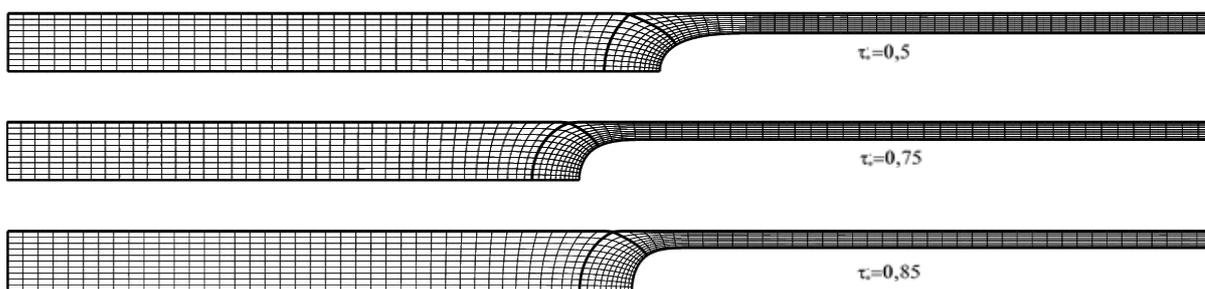


Figura 4.19: Malhas para $Ca = 10$ e $\tau_0' = 0,5$ $0,75$ e $0,85$

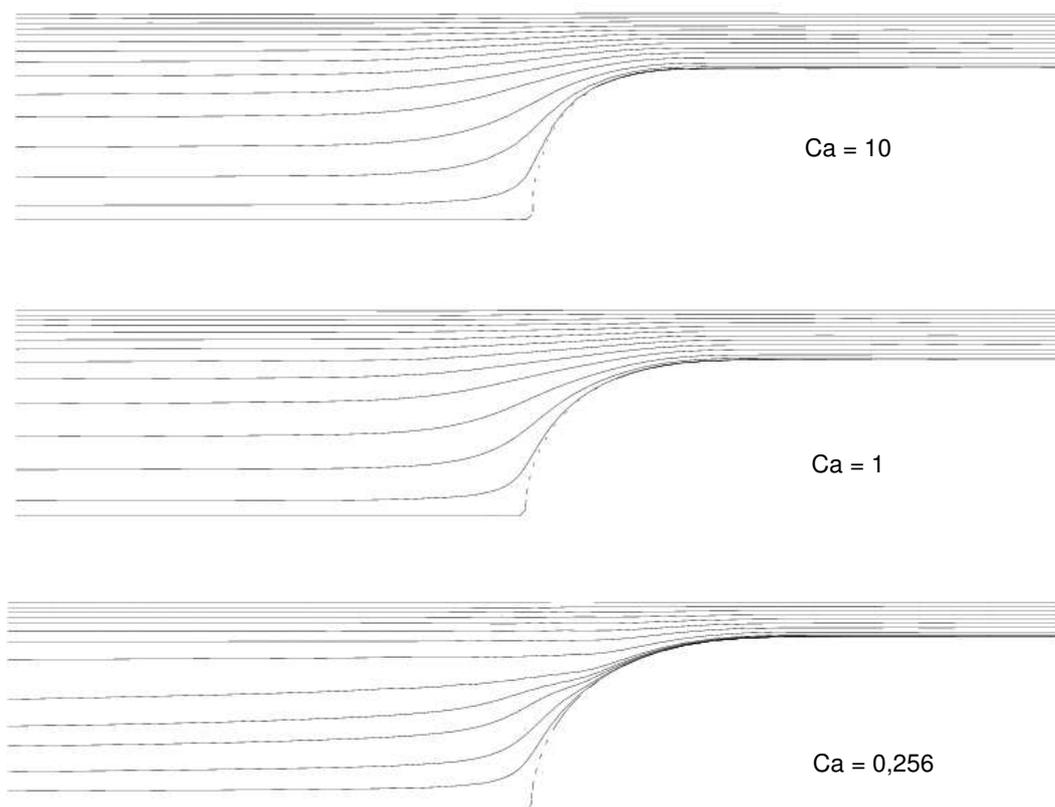


Figura 4.20: Linhas de corrente para $\tau_0' = 0,85$ e Ca , iguais a 10 1 e 0,256.

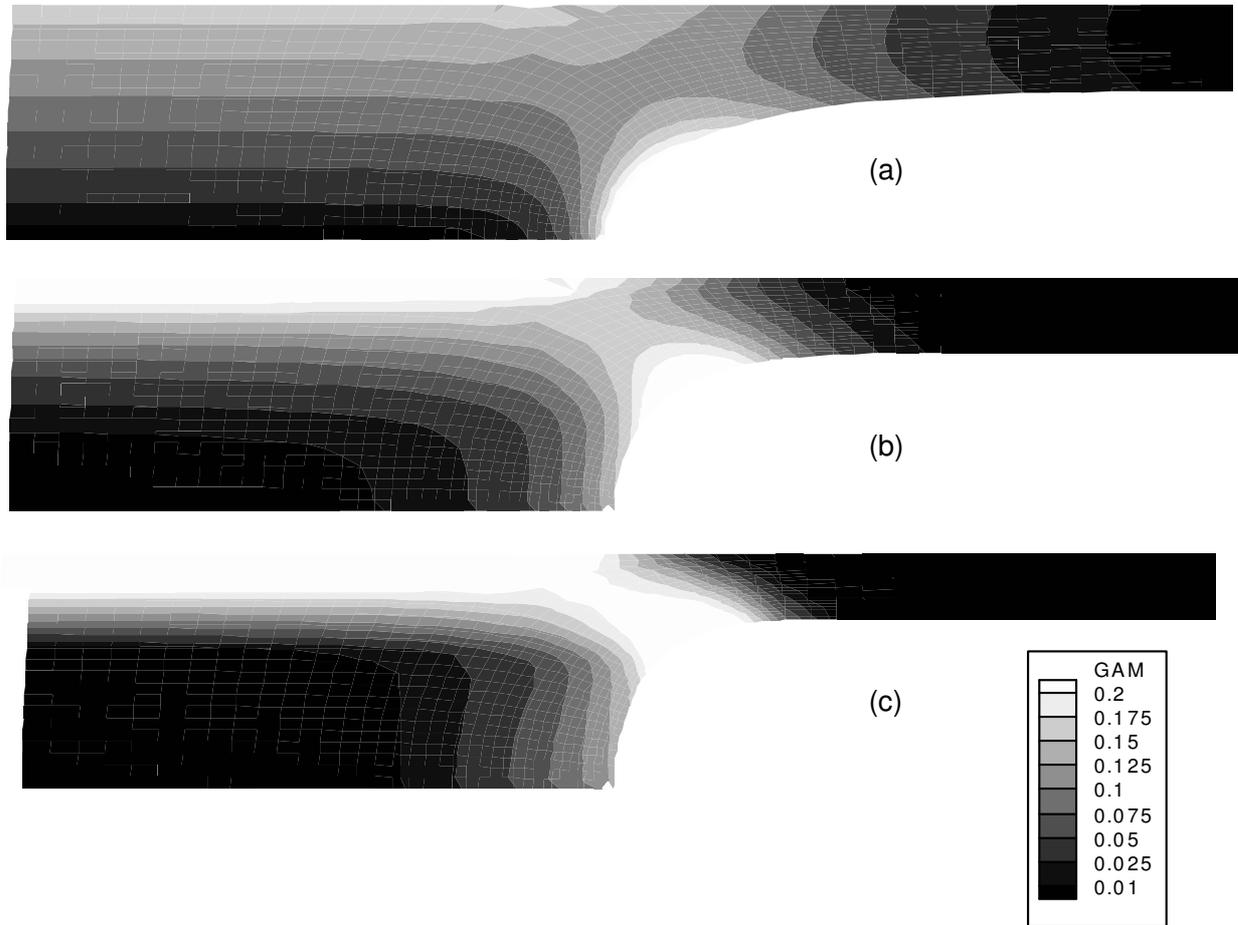


Figura 4.21: Campos de taxa de deformação com $Ca = 10$. (a): fluido Newtoniano, (b): fluido pseudo-plástico com $n = 0,3$, (c): fluido viscoplástico com $\tau_0' = 0,85$.

Capítulo 5

conclusão

O presente trabalho estuda o processo de deslocamento de líquidos em tubos capilares por injeção de gás. Por tratar-se de escoamentos lentos de líquidos muito viscosos, desprezam-se os efeitos de Re e \mathcal{F} . Os fluidos são modelados como *Fluido Newtoniano Generalizado (FNG)* com duas funções de viscosidade. É usada a função *power law* para analisar os efeitos de pseudo-plasticidade e a função de Papanastasiou para analisar os efeitos da plasticidade. Analisa-se, então, a influência do número de capilaridade e das propriedades reológicas do fluido, n , e τ_0 , no processo de deposição de massa na parede do tubo, na forma do perfil da frente da interface e nos padrões de linhas de corrente. Aborda-se o problema através de um referencial posicionado na frente da interface, permitindo uma análise em regime permanente. As equações são resolvidas numericamente pelo método de elementos finitos com a aproximação de Galerkin.

As previsões obtidas no presente trabalho são confrontadas com resultados de análises de problemas semelhantes disponíveis na literatura a fim de validar as previsões

encontradas. Os resultados para o caso Newtoniano são confrontados com resultados experimentais de Taylor[19] e Cox[4] e [5]. Para o caso pseudo-plástico as previsões são comparadas com resultados experimentais de Kamisli[9] e com previsões numéricas de Soares et al.[17]. Ainda, comparam-se as previsões para o caso com fluido plástico com resultados experimentais de Poslinski [15] e previsões de Dimakopoulos & Tsamopoulos [6].

As previsões obtidas para o escoamento com fluido Newtoniano recuperam os dados experimentais de Taylor [19] e Cox [4] para a fração de massa m depositada na parede do tubo. Confrontando as previsões para o perfil de interface com os resultados experimentais de Cox [4] e previsões de teóricas de Soares et al. [17], obtém-se uma boa concordância. Entretanto, na análise dos padrões de linhas de corrente não é possível recuperar o padrão com dois pontos de estagnação sugerido por Taylor e observado por Soares et al. [17]. Certamente, análises mais detalhadas do número de capilaridade em torno de $Ca = 0,6$ devem ser feitas.

Na análise do deslocamento do fluido pseudo-plástico, as previsões deste trabalho são confrontadas com os resultados teóricos de Soares et al. [17], obtendo-se ótima concordância tanto para a fração de massa quanto para o perfil da interface. Ainda, os resultados concordam qualitativamente com os dados experimentais de Kamisli [9] que prevêem uma queda na fração de massa m com n ao contrario do que prevêem Kamisli & Rayan [11]. Nota-se ainda, que o efeito da precisão de malha se faz presente apenas para pequenos valores do número de capilaridade, quando comparado com os resultados de Soares et al. [17]. Explorando uma faixa mais larga do índice de potência, $0,3 \leq n \leq 1$,

que as comumente encontradas na literatura confirma-se a tendência da redução da fração de massa depositada na parede quando o fluido se desvia do comportamento Newtoniano. Ainda, como fica claro na Figura (4.9), a influência de n é cada vez maior à medida que o fluido se afasta do comportamento Newtoniano.

Ao estudar o efeito pseudo-plástico nos padrões de linha de corrente, nota-se que, diferente do caso Newtoniano, só aparecem recirculações em números de capilaridade menores que 0,4. Além disso, percebe-se um achatamento da frente da interface com o n . Este efeito está possivelmente associado com a queda de viscosidade na região próxima à interface, conforme discutido no capítulo anterior.

Na análise dos efeitos viscoplásticos, as previsões da fração de massa depositada na parede, m , concordam quantitativamente com os resultados teóricos de Dimakopoulos & Tsamopoulos [6] e qualitativamente com os resultados experimentais de Poslinski [15] que prevê uma queda na fração de massa m com o aumento de τ'_0 . Isso é evidente nas Figuras (4.14) e (4.15). Como é notado na Figura (4.17), a influência de τ'_0 é cada vez maior à medida que o fluido se afasta do comportamento Newtoniano, ou seja, se torna mais plástico.

Verifica-se na Figura (4.21) que o efeito da plasticidade impõe uma tendência de achatamento da interface, possivelmente justificado pela presença de baixas taxas de deformação nesta região.

O estudo do efeito de τ'_0 sobre as linhas de corrente mostra a ausência de recirculação, conforme observado nas Figuras (4.18) e (4.20). Esta tendência se mantém mesmo quando a interface se encontra bastante achatada em pequenas capilaridades.

A análise da Figura (4.21) mostra uma distribuição suave da taxa de deformação para o escoamento do fluido Newtoniano. Perde-se esta suavidade nos casos não Newtonianos, principalmente no caso viscoplástico, onde as mudanças na taxa de deformação se aproximam da descontinuidade. Próximo a estas regiões o escoamento passa a ser caracterizado pelo movimento de corpo rígido.

Concluindo, uma análise experimental rigorosa do deslocamento de materiais viscoplásticos ainda deve ser conduzida para substanciar os resultados apresentados no presente trabalho, cobrindo uma faixa maior de τ_0' que as já analisadas na literatura. Ainda, outros modelos de fluido podem ser estudados, objetivando explorar a influência de outros parâmetros reológicos importantes, como a viscoelasticidade. Também, um modelo de paredes deformáveis é extremamente relevante para uma análise criteriosa do processo de remoção de muco em vias aéreas pulmonares. Finalmente, um modelo numérico e experimental de uma rede capilarica pode ser de significativa importância para uma melhor compreensão do processo de recuperação de óleos em meios porosos.

Referências Bibliográficas

- 1 H. A. Barnes, *Handbook of elementary rheology*, Cambrian Printers, Wales, 2000.
- 2 E.C. Bingham, *Fluidity and plasticity*, McGraw-Hill, New York, 1922.
- 3 R. B. Birrd, R. C. Armstrong, and O Hassager, *Dynamics of polymeric liquids*, John Wiley & Sons, New York, 1922.
- 4 B. G. Cox, *On driving a viscous fluid out of a tube a tube*, J. Fluid Mechanics **14** (1962), 81–96.
- 5 ———, *An experimental investigation of the streamlines in viscous fluid expelled from a tube*, J. Fluid Mechanics **20** (1964), 193–200.
- 6 Y. Dimakopoulos and J. Tsamopoulos, *Transient displacement of a viscoplastic material by air in straight and constricted tubes*, J. Non-Newt. fluid Mech **112** (2003), 43–75.
- 7 F. Fairbrother and A. E. Stubbs, J. Chem. Soc. **1** (1935), 527.
- 8 P. C. Hozyak and K. W. Koelling, *Peneration of a long bubble through a viscoelastic fluid in a tube*, J. Non-Newt. Fluid Mech. **71** (1997), 73–88.

- 9 F. Kamisli, *Mathematical analysis and experimental study of gas-assisted injection molding*, Ph.D. thesis, State University of New York at Buffalo., 1997.
- 10 ———, *Free coating of a non-newtonian liquid onto walls of a vertical and inclined tube*, J. Chem. Soc. **42** (2003), 569–581.
- 11 F. Kamisli and M. E. Ryan, *Perturbation method in gas assisted power-law fluid displacement in a circular tube and rectangular channel*, Chemical Engineering Journal **42** (2003), 569–581.
- 12 S. F. Kistler and P.M. Schweizer, *Capillary hydrodynamics and interfacial phenomena*, Chapman & Hall, London, 1997.
- 13 E.J. O’Donovan and R.I. Tanner, *Numerical study of the bingham squeeze film problem*, J. Non-Newt. Fluid Mech. **15** (1984), 75–83.
- 14 T.C. Papanastasiou, *Flows of materials with yield*, J. Rheol **31** (1987), 385–404.
- 15 A.J. Poslinsky, P.O. Oehler, and V.K. Stokes, *Isothermal gas assisted displacement of a viscoplastic liquids in tubes*, Polymer engineering and Science **35** (1995), 877–892, MID-JUNE.
- 16 E. J. Soares, *Deslocamento de fluidos imisciveis em tubos: Efeitos de capilaridade, inércia, razão de viscosidades e propriedades reológicas*, Ph.D. thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro., 1997.

- 17 E.J. Soares, M. S. Carvalho, and P. R. Souza Mendes, *Gás displacement of non-newtonian fluids in a tube*, 2001 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition **November 11-16, 2001, New York, NY, USA.** (2001).
- 18 E.J. Soares, M. F. Naccache, and P. R. Souza Mendes, *Heat transfer to viscoplastic materials flowing axially through concentric annuli*, *Int. J. Heat and Fluid Flow* **24** (2003), 762–773.
- 19 G.I. Taylor, *Deposition of a viscous fluid on the wall a tube*, *J. Fluid Mechanics* **10** (1960), 161–165.